Wes-Kaapse Regering

Wes – Kaap Onderwysdepartement

Direktoraat: Kurrikulum VOO

TEGNIESE WISKUNDE

HULPBRONNEPAKKET
2025 KWARTAAL 1

Graad 10

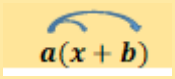
Hierdie hulpbronnepakket is ontwerp om jou te ondersteun in die hantering van die belangrike inhoud en vaardighede wat gedurende die komende termyn gedek sal word. Die doel is om jou te help om sleutelkonsepte te verstaan, die vereiste standaarde te vestig, en die kennis toe te pas wat nodig is om in jou werk en assesserings suksesvol te wees.

Die hulpbronnepakket dek die volgende onderwerpe

1. Produkte
2. Faktorisering
3. Eksponente
4. Algebraiese breuke

1. PRODUKTE

Vermenigvuldiging van ‘n monoom met ‘n binoom:



Voorbeeld 1

Vereenvoudig: $\mathbf{2a(a-1)-3(a^2-1)}$

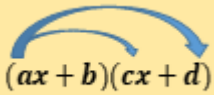
Oplossing:

$$\mathbf{2a^2-2a-3a^2+3}$$
$$\mathbf{=-a^2-2a+3}$$

Probeer hierdie:

$$3x(x-4)-(x^2+2)$$

Vermenigvuldig van twee binome:



Voorbeeld 2

Vereenvoudig: $\mathbf{(2x-3)(4x-5)}$

Oplossing :

$$\mathbf{8x^2-10x-12x+15}$$
$$\mathbf{=8x^2-22x+15}$$

Probeer hierdie

$$(3x-4)(x+2)$$

Voorbeeld 3

Vereenvoudig: $\mathbf{(2x-3)(2x+3)}$

Oplossing :

$$\mathbf{4x^2-6x-6x-9}$$
$$\mathbf{=4x^2-9}$$

Probeer hierdie:

$$(3x-4)(3x+4)$$

Voorbeeld 4.1

Vereenvoudig: $(2x-3)^2$

OF

Oplossing:

$$(2x-3)(2x-3)$$
$$=4x^2-6x-6x+9$$
$$=4x^2-12x+9$$

$(2x-3)^2$

$-6x$ x2

$=4x^2 \quad -12x \quad +9$

Voorbeeld 4.2

Vereenvoudig: $-1(2x+5)^2$

OF

Oplossing: $-1(2x+5)(2x+5)$

$$=-1(4x^2+10x+10x+25)$$
$$=-1(4x^2+20x+25)$$
$$=-4x^2-20x-25$$

$(2x+5)^2$

$+10x$ x2

$=4x^2 \quad +20x \quad +25$

Probeer hierdie:

$(3x+4)^2$

$-2(2y-5)^2$

Oefening 1.1

Vereenvoudig:

1) $\mathbf{2x(x-3)}$

2) $\mathbf{-5x(x^2-2x+3)}$

3) $\mathbf{3xy(3x^2y+2xy^2-4)}$

4) $\mathbf{-2a^2b(2a^2-b+3)}$

5) $\mathbf{-(x-7)}$

6) $\mathbf{2x(x+7)-(x-10)}$

7) $\mathbf{(y+5)(y+2)}$

8) $\mathbf{(y+5)(y-5)}$

9) $\mathbf{(y+5)^2}$

10) $\mathbf{(3-k)(1-2k)}$

11) $\mathbf{(x-3)(x+3)}$

12) $\mathbf{(2m+8)(3m+1)}$

13) $\mathbf{(3c-2)(c+6)}$

14) $\mathbf{(p+7)^2}$

15) $\mathbf{-(4-x)(4+x)}$

16) $\mathbf{(5k-1)(5k+1)}$

17) $\mathbf{(6y+2)(1-y)}$

18) $\mathbf{(1-5y)^2}$

19) $\mathbf{-(-3-x)(5-x)}$

20) $\mathbf{(7-x)(7+x)}$

21) $\mathbf{(10+k)^2}$

22) $\mathbf{y(y+2)+(y+5)(y-1)}$

23) $\mathbf{x(x-1)-(x+2)(x-3)}$

Oefening 1. 2

Vereenvoudig:

1) $(x-1)(x+1)$

2) $(y+3)(y-3)$

3) $(p+4)(p-4)$

4) $(k+3)(k-3)$

5) $(7-x)(7+x)$

6) $(2-y)(y+2)$

7) $(3y+1)(3y-1)$

8) $(2x+5)(2x-5)$

9) $(3m-2)(3m+2)$

10) $(5x+1)(5x-1)$

11) $-(10x-3)(10x+3)$

12) $(m-\frac{1}{2})(m+\frac{1}{2})$

13) $(x-\frac{1}{x})(x+\frac{1}{x})$

14) $3(y+2)-(y-5)(y+5)$

15) $-(3-x)(3+x)+9(x-\frac{1}{3})(x+\frac{1}{3})$

16) $(5k-1)(5k+1)$

Oefening 1.3

Vereenvoudig:

1) $(x+1)^2$

2) $(y-3)^2$

3) $(p-4)^2$

4) $(k+3)^2$

5) $(x-7)^2$

6) $(7-x)^2$

7) $(3y+1)^2$

8) $(2x-3)^2$

9) $(3y-4)^2$

10) $2(x+1)^2$

11) $-3(2y-5)^2$

12) $(2-3m)^2$

13) $y(y+2)+(y-5)^2$

14) $(x-1)(x+1)-(x+3)^2$

15) $-(3-x)^2+(x-3)^2$

16) $(m+\frac{1}{2})^2$

17) $(x-\frac{1}{x})^2$

18) $(x+\frac{1}{x})^2-2$

15) $(a+b)^2$

16) $(a-b)^2$

MEER PRODUKTE: VOORBEELDE

1 term x 2 terme

1. $x(x-2)$
   $= x^2 - 2x$

1 term x 3 terme

2. $\frac{1}{2}(x+2y-4)$
   $= \frac{1}{2}x^2 + y - 2$

2 terme x 2 terme

3. $(3x+2)(x-1)$

   $= 3x^2 - 3x + 2x - 2$
   $= 3x^2 - x - 2$

4. $(3a-2b)(3a+2b)$

   $= 9a^2 - 4b^2$

2 terme x 3terme

5. $(3a-2)(a^2 - a + 4)$
   $= 3a^3 - 3a^2 + 12a - 2a^2 + 2a - 8$
   $= 3a^3 - 5a^2 + 14a - 8$

6. $(3a-2)(9a^2 + 6a + 4)$
   $= 27a^3 - 8$

7. $(x+4y)(x^2 - 4xy + 16y^2)$
   $= x^3 + 64y^3$

OEFENING 1.4

Vereenvoudig:

1) $2(p-4)-(p^2+3p-6)$

2) $x(3x-5)-(2x+3)(2x-3)$

3) $(3x-5)(2x+3)$

4) $(x-3)(x^2+9)(x+3)$

5) $(x^5-5)(x^5+5)$

6) $(3x-2)^2$

7) $(4x-3)(4x+3)$

8) $(a-3b)^2$

9) $(x+1)(x^2+2x-3)$

10) $(k^2+3)(k^4-3k^2+9)(x^6-27)$

11) $(x-2)(x^2-2x+4)$

12) $(p-2)(p^2+2p+4)$

13) $(y+3)(y^2-3y+9)$

14) $(10m-2)(100m^2+20x+4)$

15) $(4x+3y)(16x^2-12xy+9y^2)$

2. FAKTORISERING

NEEM KENNIS

$2-5$ & $y-x$

$=-(5-2)$ $=-(x-y)$

Maar $(x+y)=(y+x)$

$(2-5)^2=(5-2)^2$

$\therefore (b-a)^2=(a-b)^2$

GEMEENSKAPLIKE FAKTORE

1. $8ab-2b$
   $=2b(4a-1)$

2. $4(\boldsymbol{x-y})-a(\boldsymbol{x-y})$
   $=(\boldsymbol{x-y})(4-a)$

3. $(x-y)-p(y-x)$
   $=(\boldsymbol{x-y})+p(\boldsymbol{x-y})$
   $=(\boldsymbol{x-y})(1+p)$

4. $(k+3)^2-(3+k)$
   $=(\boldsymbol{k+3})(k+3-1)$
   $=(k+3)(k+2)$

GROEPERING

5. x^4-x^3+2x-2
   $=x^3(\boldsymbol{x-1})+2(\boldsymbol{x-1})$
   $=(\boldsymbol{x-1})(x^3+2)$

6. $a^2+(x-y)a-xy$
   $=a^2+xa-ya-xy$
   $=a(a+x)-y(a+x)$
   $=(a+x)(a-y)$

7. $4xy^5+8-32x-y^5$
   Rangskik
   $=4xy^5-y^5+8-32x$
   $=y^5(4x-1)+8(1-4x)$
   $=y^5(4x-1)-8(4x-1)$
   $=(4x-1)(y^5-8)$

8. $4a^2(a-2)+b^2(2-a)$
   $=4a^2(a-2)-b^2(a-2)$
   $=(a-2)(\boldsymbol{4a^2-b^2})$
   $=(a-2)(\boldsymbol{2a+b})(\boldsymbol{2a-b})$

Verskil van twee vierkante

9. $25x^2 - 1$

$= (5x + 1)(5x - 1)$

10. $2a^2 - 18$

$= 2(a^2 - 9)$

$= 2(a - 3)(a + 3)$

11. $2a^{16} - \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2}(4a^{16} - 1)$

$= \frac{1}{2}(2a^8 - 1)(2a^8 + 1)$

12. $x^3 - \frac{x}{16}$

$= x\left(x^2 - \frac{1}{16}\right)$

$= x\left(x + \frac{1}{4}\right)(x - \frac{1}{4})$

Kyk altyd vir gemeens kaplike faktore

13. $y^4 - 81$

$= (y^2 + 9)(y^2 - 9)$

$= (y^2 + 9)(y + 3)(y - 3)$

Trinoom

14. $5x^2 + 8 - 14x$

$= 5x^2 - 14x + 8$

$= (5x - 4)(x - 2)$

Skryf eers in dalende orde van x.

Metode:

Faktore van 5	faktore van 8	Vermenigvuldig die faktore
5 1	-2 -4	-10 -4
		$-$**14**

TEL OP

15. $-12a^2 + 10a + 42$

$= -2(6a^2 - 5a - 21)$ ...gemene faktor eerste!

$= -2(3a - 7)(2a + 3)$

Metode:

Faktore van 6	faktore van 21	Vermenigvuldig die faktore
3 2	$+3$ -7	$+9$ -14
		-5

TREK AF

9. $4a^2 + 12ab + 9b^2$

$= (2a + 3b)(2a + 3b)$

10. $x^2 - 4y(x + 3y)$

$= x^2 - 4xy - 12y^2$

$= (x - 6y)(x + 2y)$

Som en verskil van derde-magte:

17. $k^3 - 8$

$= (k - 2)(k^2 + 2k + 4)$

18. $27x^3 + 64y^{12}$

$= (3x + 4y^4)(9x^2 - 12xy^4 + 16y^8)$

19. $24\,a^7y - 81ay^4$

$= 3ay\,(8a^6 - 27y^3)$

$= 3ay\,(2a^2 - 3y)(4a^4 + 6a^2y + 9y^2)$

Die eksponent moet deelbaar wees deur 3

Goed om te weet

- 1x1x1 = 1
- 2x2x2 = 8
- 3x3x3 = 27
- 4x4x4 = 64
- 5x5x5 = 125
- 6x6x6 = 216

- $\sqrt[3]{a^3}$ = a
- $\sqrt[3]{a^6}$ = a^2
- $\sqrt[3]{a^9}$ = a^3
- $\sqrt[3]{a^{12}}$ = a^4

OEFENING 2

1. $3x^2 - 7x - 6$
2. $-2x^2 - 18 - 12x$
3. $x(x-1) - 6(1-x)$
4. $5 - \frac{45}{a^2}$
5. $p^2 + (x-y)p - xy$
6. $27a^3 - 3ab^2$
7. $27a^3 - 1$
8. $a^3 - \frac{1}{8}$
9. $3k^6 - \frac{1}{3}$
10. $12 - 26a - 10a^2$

3. ALGEBRAIESE BREUKE

ONTHOU:

Breuke x en ÷

& **Breuke vereenvoudig**

- Faktoriseer
- Kanselleer



Breuke + a −

- KGV

Breuke Vereenvoudig:

1. $\frac{6x^2y}{2xy}$

$= 3x$

2. $\frac{x^2-5x+6}{6-3x}$

$= \frac{(x-3)(x-2)}{3(2-x)}$

$= \frac{(x-3)(x-2)}{-3(x-2)}$

$= \frac{x-3}{-3}$

Faktoriseer eers en kanselleer daarna

3. $\frac{5(a+b)-c(a+b)}{5b+5a}$

$= \frac{(a+b)(5-c)}{5(b+a)}$

$= \frac{5-c}{5}$

breuke x en ÷

4. $\frac{x-y}{(y-x)^2} \div \frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2}$

$= \frac{x-y}{(y-x)^2} \times \frac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2}$

$= \frac{(x-y)}{(x-y)^2} \times \frac{(x-y)(x+y)}{(x+y)(x+y)}$

$= \frac{1}{(x+y)}$

Breuke: + en −

5. $\frac{3}{2a} + \frac{4}{3a^2} - 2$

$= \frac{3}{2a} + \frac{1}{3a^2} - \frac{2}{1}$

$= \frac{3a(3)+2(1)-6a^2(2)}{6a^2}$ LCD

$= \frac{9a+2-12a^2}{6a^2}$

6. $\frac{6x}{x^2-4} - \frac{2}{x+2} + \frac{3}{2-x}$

$= \frac{6x}{(x-2)(x+2)} - \frac{2}{x+2} - \frac{3}{(x-2)}$

$= \frac{6x-2(x-2)-3(x+2)}{(x-2)(x+2)}$

$= \frac{6x-2x+4-3x-6}{(x-2)(x+2)}$

$= \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{(x+2)}$

7. $\frac{3}{x} - \frac{1}{x-1} = \frac{3(x-1)-x(1)}{x(x-1)} = \frac{2x-3}{x(x-1)}$

OEFENING 3

1. $\frac{2x-1}{3}+\frac{4x}{5}-x$

2. $\frac{81-4a^2}{2a^2-a-36}$

3. $\frac{2x}{x^2-2x-8}+\frac{5}{4-x}$

4. $\frac{8}{(b-a)^2}\div\frac{12}{a^2-b^2}$

4. EKSPONENTE

EKSPONENT WETTE

- $a^m \times a^p = a^{m+p}$ → $a^2 \times a^4 = a^6$
- $(a^m)^p = a^{mp}$ → $(a^2)^4 = a^8$
- $(ab)^p = a^p b^p$ → $(3x^2)^3 = 27x^6$
- $\frac{a^m}{a^p} = a^{m-p}$ → $\frac{a^8}{a^2} = a^6$

Neem kennis:

- $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$
- $\frac{1}{a^{-3}} = a^3$

Direkte toepassing van wette

1. $\left(\frac{x^2}{3y^4}\right)^{-3}$

$$\left(\frac{3y^4}{x^2}\right)^{+3}$$

$$= \frac{27y^{12}}{x^6}$$

2. $5^x . 5^x = 5^{2x}$
3. $5x^0 = 5.1 = 5$
4. $(5x)^0 = 1$

× & ÷

5. $\frac{2^{4x+1} . 9^x . 6^{2x-1}}{12^{3x} . 3^x}$

Priemgetalle

$$= \frac{2^{4x+1} . (3^2)^x . (3 \times 2)^{2x-1}}{(2^2 \times 3)^{3x} . 3^x}$$

$$= \frac{2^{4x+1} . (3^2)^x . (3 \times 2)^{2x-1}}{(2^2 \times 3)^{3x} . 3^x}$$

$$= \frac{2^{4x+1} . 3^{2x} . 3^{2x-1} . 2^{2x-1}}{2^{6x} . 3^{3x} . 3^x}$$

$$= 2^{4x+1+2x-1-6x} . 3^{2x+2x-1-3x-x}$$

$$= 2^0 . 3^{-1}$$

$$= 1 . \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3}$$

+ & −

6. $\frac{3.2^m - 4.2^{m-2}}{2^m - 2^{m+1}}$

$$= \frac{2^m(3 - 4.2^{-2})}{2^m(1 - 2^1)}$$

Faktoriseer

$$= \frac{(3 - 4 \times \frac{1}{4})}{(1 - 2)}$$

$$= \frac{3 - 1}{-1}$$

$$= -2$$

Vergelykings

Onbekende eksponent

7. $3^{3x+1} = 9^{2x-4}$

$3^{3x+1} = (3^2)^{2x-4}$

$3^{3x+1} = 3^{4x-8}$

$\therefore 3x + 1 = 4x - 8$

$-x = -9$

$x = 9$

8. $5.8^{x-1} = 5$

$8^{x-1} = 1$

$(2^3)^{x-1} = 1$

$2^{3x-3} = 2^0$

$\therefore 3x - 3 = 0$

$x = 1$

9. $2^x + 1 = 17$

$2^x = 16$

$\therefore x = 4$

10. $2^{2x}.2^{x+1} = \frac{1}{8}$

$2^{3x+1} = 2^{-3}$

$\therefore 3x + 1 = -3$

$3x = -4$

$x = -\frac{4}{3}$

Vergelykings

Onbekende Basis

11. $2x^{-2} = 128$

$x^{-2} = 64$

$(x^{-2})^{-½} = (2^6)^{-½}$

$x = 2^{-3}$

$x = \frac{1}{8}$

12. $x^{\frac{2}{3}} = 25$

$(x^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}} = (5^2)^{\frac{3}{2}}$

$x = \pm 125$

NEEM KENNIS:

$2^{-1} = \frac{1}{2}$

$2^{-2} = \frac{1}{4}$

$2^{-3} = \frac{1}{8}$

$2^{-4} = \frac{1}{16}$

Oefening 4.1

Vereenvoudig:

1. $\left[\frac{(3x)^{-3}}{9x^{-3}}\right]^{-\frac{1}{3}}$

2. $\frac{18^n . 8^n}{9^{n+1} . 4^{2n-1}}$

3. $\frac{2^{2n+1} - 2^{2n}}{4^n + 2^{2n-1}}$

Oefening 4.2

Los op vir x

1. $27^{-2x} = \frac{1}{9}$

2. $2.3^{x+1} = 162$

3. $x^{-\frac{2}{3}} = 4$

4. $2^x + 2^x = 1$