TELEMATIESE SKOLE PROJEK

2025 VAKWERKBOEK
Graad 12

$f(x)=x^2$ **WISKUNDE**

'n Gemeenskaplike inisiatief tussen die Wes-Kaapse Onderwysdepartement en die Universiteit Stellenbosch.

Western Cape Government FOR YOU Education

Stellenbosch UNIVERSITY IYUNIVESITHI UNIVERSITEIT

INLEIDING

Liewe Graad 12 Leerder

In 2025 sal daar 10 regstreekse Telematiese sessies wees, 5 sessies in Engels en 5 in Afrikaans. Van die sessies dek graad 12 inhoud en anders dek graad 11 inhoud. Al die graad 11 inhoud word geassesseer in die graad 12 eksamen.

Hierdie werkboek bevat materiaal vir al die sessies waarby graad 12-leerders kan baat.

Stuur 'n e-pos na school@sun.ac.za met jou naam, van, e-posadres en skoolnaam om te registreer. 'n Gebruikersnaam en wagwoord sal na jou gestuur word. Jy sal dan toegang hê tot alle voorheen opgeneemde telematiese sessies en materiaal oor ander onderwerpe vanaf die Telematiese Skoleprojek-webwerf, https://schools.sun.ac.za/ . Toegang tot hierdie opnames is nul-gegradeerd. ("zero-rated")

In die Telematic-les sal die aanbieders jou 'n opsomming van die belangrike konsepte gee en saam met jou sal hulle deur sommige van die oefeninge werk. Jy word aangemoedig om voorbereid te kom, 'n pen en genoeg papier te hê (verkieslik 'n hardebandskryfboek) en 'n wetenskaplike sakrekenaar.

Jy word ook aangemoedig om ten volle aan die les deel te neem deur vrae te vra en die oefeninge uit te werk, en waar jy gevra word om dit te doen, SMS of e-pos jou antwoorde aan die ateljee.

Onthou:

"Sukses is nie 'n gebeurtenis nie, dit is die resultaat van gereelde en konsekwente harde werk".

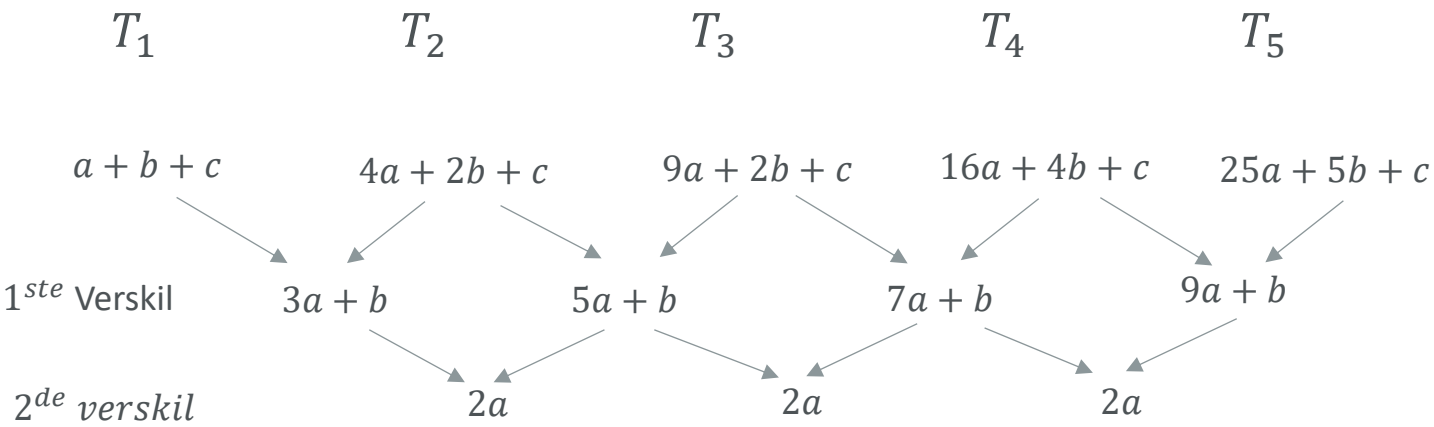
ALLES VAN DIE BESTE. Mag jy die sukses behaal wat jy verdien!

Session/Sessie	Date/Datum	Grade	Time/Tyd	Topic/Onderwerp
1.	19/02/2025	Gr 12	15h00-16h00	Sequences & Series/functions
2.	20/02/2025	Gr 12	15h00-16h00	Getalpatrone, Rye en Reekse
3.	20/05/2025	Gr 11 & Gr 12	15h00-16h00	Analytical Geometry
4.	21/05/2025	Gr 11 & Gr 12	15h00-16h00	Analitiese Meetkunde
5.	02/06/2025	Gr 12	15h00-16h00	Cubic Graphs
6.	03/06/2025	Gr 12	15h00-16h00	Kubieka Grafiek
7.	25/08/2025	Gr 11 & Gr 12	16h00-17h00	Statistics
8.	26/08/2025	Gr 11 & Gr 12	16h00-17h00	Statistiek
9.	22/10/2025	Gr 11 & Gr 12	15h00-16h00	Paper 1: Functions
10.	23/10/2025	Gr 11 & Gr 12	15h00-16h00	Vraestel 1: Funksies

SESSIE 2: Getalpatrone, rye en reekse

Kwadratiese rye/reekse

Consider a quadratic sequence with terms T_1; T_2; T_3; T_4; T_5; ……



Rekenkundige rye/reekse	**Meetkundige rye/reekse**	**Kwadratiese rye/reekse**
$d = T_2 - T_1$ $d = T_n - T_{n-1}$	$r = \frac{T_2}{T_1}$ $r = \frac{T_n}{T_{n-1}}$	$1^{ste}\ verskil$ $3a+b;\ 5a+b;\ 7a+b$ $2^{de}\ verskil = 2a$
$T_n = a + (n-1)d$	$T_n = ar^{n-1}$	$T_n = an^2 + bn + c$ $T_1 = a + b + c$
$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$	$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$	
	Oneindige rye/reekse	
	Konvergent as: $-1 < r < 1$	
	$S_\infty = \frac{a}{1-r}$	

SESSIE 2: Getalpatrone, rye en reekse

Voorbeeld 1:

Gegewe die rekenkundige reeks: 2 + 9 + 16 + ... (tot 251 terme)

1.1 Skryf die vierde term van die reeks neer. (1)

1.2 Bereken die 251^{ste} term van die reeks (3)

1.3 Druk die reeks in sigma-notasie uit. (2)

1.4 Bereken die som van die reeks. (2)

Voorbeeld 2:

Die eerste vier terme van 'n kwadratiese getalpatroon is: $-1\ ;\ 2\ ;\ 9\ ;\ 20$.

2.1 Bepaal die algemene term van die kwadratiese getalpatroon. (4)

2.2 Bereken die waarde van die 48^{de} term van die kwadratiese getalpatroon (2)

2.3 Wys dat die som van die eerste verskille van hierdie kwadratiese getalpatroon gegee kan word deur $S_n = 2n^2 + n$ (3)

Voorbeeld 3: Gegee: $\sum_{p=4}^{21}(-3)^p$

3.1 Skryf die waardes van die eerste drie terme van die reeks neer. (2)

3.2 Skryf die waarde van die konstante verhouding neer. (1)

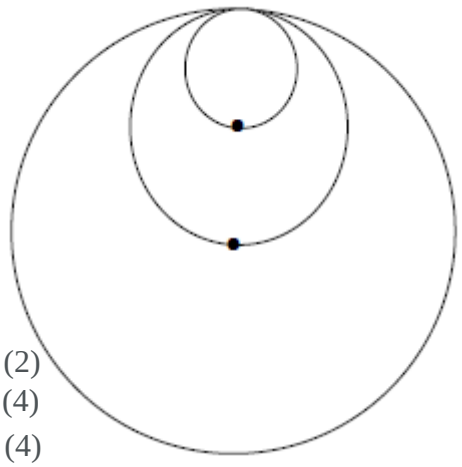
3.3 Sal die gegewe reeks konvergeer? Verduidelik jou antwoord. (2)

3.4 Hoe kan jy die vraag verander sodat dit 'n konvergerende reeks is? (1)

Voorbeeld 4:

'n Sirkel met 'n radius van 6 cm word geteken. 'n Tweede, kleiner sirkel word deur die middel van die eerste sirkel geteken en raak ook die eerste sirkel inwendig, soos in die diagram aangedui.

'n Derde, kleiner sirkel word deur die middel van die tweede sirkel geteken en raak die tweede sirkel inwendig. Die proses om sirkels te teken gaan voort en vorm 'n geometriese patroon.



4.1 Skryf die radius van die 3^{de} sirkel neer. (2)

4.2 Bereken die som van die oppervlaktes van die eerste 10 sirkels. (4)

4.3 Watter sirkel het 'n deursnee van $\frac{3}{128}$ cm? (4)

SESSIE 2: OEFENINGE

1. Gegee is die kwadratiese ry: -2 ; 0 ; 3 ; 7 ; ….

1.1 Skryf die waarde van die volgende term van hierdie reeks neer. (1)

1.2 Bepaal die uitdrukking vir die n^{de} term van hierdie reeks. (5)

1.3 Watter term van die ry sal gelyk wees aan 322 ? (4)

2. Die eerste drie terme van 'n rekenkundige ry is: 4 ; 13 en 22

2.1 Skryf die vierde term van hierdie ry neer. (1)

2.2 Bepaal die algemene term van die ry. (2)

2.3 Oorweeg die ewe getalle van die ry. Bereken die som van die eerste 25 ewe terme. (4)

2.4 Die oorspronklike ry (4 ; 13 en 22) vorm die eerste verskil van 'n nuwe ry met 'n eerste term gelyk aan -6. Bepaal 'n formule vir die n^{de} term van hierdie nuwe volgorde. (4)

3. Oorweeg die oneindige meetkundige reeks: 45 + 40,5 + 36,45 + ….

3.1 Bereken die waarde van die TWELFDE term van die reeks (korrek tot TWEE desimale plekke). (3)

3.2 Verduidelik waarom hierdie reeks konvergeer. (1)

3.3 Bereken die som tot oneindigheid van die reeks. (2)

4. Die ry van die eerste verskille van 'n kwadratiese patroon is: 1; 3; 5; ……

4.1 Indien T_{99} van hierdie kwadratiese patroon 9 632 is, bereken die waarde van T_{98}. (3)

4.2 Indien daar verder gegee word dat die derde term van die kwadratiese patroon 32 is, bepaal die algemene term T_n , van die kwadratiese patroon. (5)

5. Bereken die waarde van:

$$\sum_{k=1}^{50}(100 - 3k)$$ (4)

SESSIE 2: OEFENINGE

6. Kyk na die reeks: $S_n = -3 + 5 + 13 + 21 + \ldots\ldots$ to n terms .

Skryf S_n in sigma-notasie. (4)

7. Gegee die rekenkundige reeks: $a + 13 + b + 27 + \ldots$

7.1 Wys dat $a = 6$ en $b = 20$. (2)

7.2 Bereken die som van die eerste 20 terme van die reeks. (3)

7.3 Skryf die reeks in die vorige vraag in sigma-notasie. (2)

8. Gegee die meetkundige reeks: $(x - 2) + (x^2 - 4) + (x^3 + 2x^2 - 4x - 8) + \ldots$

8.1 Determine the values of x for which the series converges (4)

8.2 If $x = -\frac{3}{2}$, calculate the sum to infinity of the given series . (3)

9. Die eerste term van 'n rekenkundige reeks is 7. Die algemene verskil van hierdie reeks is 5 en die reeks bevat 20 terme.

9.1 Bereken die som van die reeks. (2)

9.2 Die oorspronklike rekenkundige reeks word na 75 terme uitgebrei . Die som van hierdie 75 terme is 14400. Gebruik sigma-notasie om 'n vergelyking vir die som van die terme wat by die oorspronklike reeks getel is, neer te skryf. (4)

10 Oorweeg 'n rekenkundige ry wat die tweede term gelyk aan 8 en die vyfde term gelyk aan 10 het.

10.1 Bepaal die gemene verskil van hierdie ry. (3)

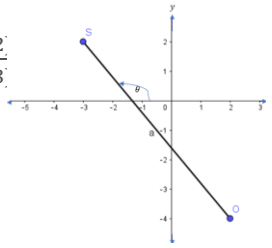
10.2 Skryf die som van die eerste 50 terme van hierdie ry neer deur sigma-notasie te gebruik. (2)

10.3 Bepaal die som van die eerste 50 terme van die ry. (3)

SESSIE 4: ANALITIESE MEETKUNDE OPSOMMING:

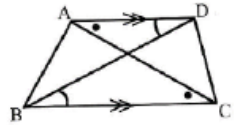
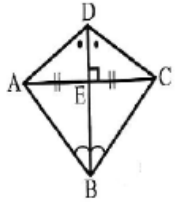
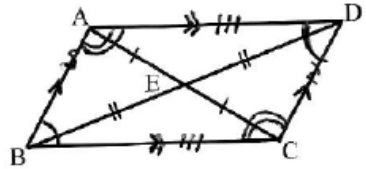
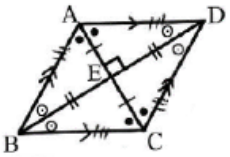
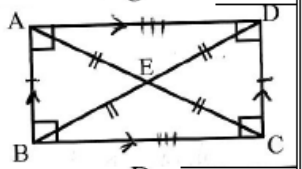
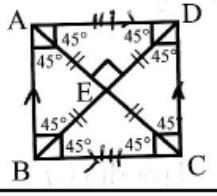
FORMULUS/KONSEPTE	Opsomming van prosedure	VOORBEELD
Veronderstel $(x_1; y_1)$ en $(x_2; y_2)$ is twee punte op 'n a Cartesiese vlak.		$A(-3; -5)$ en $B\ (2;\ 3)$ is punte op 'n Cartesiese vlak.
Afstand of Lengte van 'n lyn Formule: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2+(y_2 - y_1)^2}$	Benoem die twee punte as $punt_1$ en $punt_2$. Vervang dan om afstand (d) te bepaal.	Bepaal die lengte van AB: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2+(y_2 - y_1)^2}$ $d_{AB} = \sqrt{((2) - (-3))^2+((3) - (-5))^2}$ $d_{AB} = \sqrt{(2 + 3))^2+(3 + 5)^2}$ $d_{AB} = \sqrt{(5))^2+(8)^2}$ $= \sqrt{89} = 9,43$ units
Middelpunt van 'n lyn: $(\frac{x_2 + x_1}{2}; \frac{y_2 + y_1}{2})$	Benoem die twee punte as $punt_1$ en $punt_2$. Vervang dan om middelpunt te bepaal.	Bepaal die koördinate van E, die middelpunt van AB. $\left(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ $E\left(\frac{-3+2}{2}; \frac{-5+3}{2}\right)$ $E\left(\frac{-1}{2}; \frac{-2}{2}\right) = E\left(\frac{-1}{2}; -1\right)$
Gradiënt: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	Benoem die twee punte as $punt_1$ en $punt_2$. Vervang dan om gradiënt te bepaal.	Bepaal die gradiënt van AB. $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ $m_{AB} = \frac{(3)-(-5)}{(2)-(-3)} = \frac{3+5}{2+3} = \frac{8}{5}$
Ewewydige Lyne ($\parallel$ lyne) **Die gradiënte van die lyne is gelyk d.i.** $m_1 = m_2$	Bepaal die gradiënt van een lyn, dan is die gradiënt van die ewewydige lyn dieselfde.	Bepaal die gradiënt van CD as $CD \parallel AB$. $m_{AB} = \frac{8}{5}$ $\therefore m_{CD} = \frac{8}{5}$ want $CD \parallel AB$
Loodregte Lyne ($\perp$ lyne) **die produk van die gradiënte is -1** **d.i** $m_1 \times m_2 = -1$	Neem die omgekeerde van die gegewe gradiënt en verander die teken. Gegee $m_1 = +\frac{3}{2}$ dan is $m_2 = -\frac{2}{3}$	Bepaal die gradiënt van CD as $CD \perp AB$. $m_{AB} = +\frac{8}{5}$ $\therefore m_{CD} = -\frac{5}{8}$ want $CD \perp AB$
Kollineêre Punte A, B en C $m_{AB} = m_{BC}$	Bereken m van segmente; een punt is gemeen. i.e. $m_{AB} = m_{BC}$	Bepaal of die punte $A(-3; -5)$, $B\ (2;\ 3)$ en C(7; 11) **kollineêr is.** $m_{AB} = \frac{8}{5}$ $m_{BC} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$ $m_{BC} = \frac{(11-3)}{(7-2)} = \frac{8}{5}$ Gevolglik is A, B en C **Kollineêr**.

SESSIE 4 ANALITIESE MEETKUNDE OPSOMMING

$\tan\theta = m_{AB}$ **θ is die inklinasie hoek** $m > 0 \rightarrow \quad \theta < 90°$ $\tan\theta = m_{AB}$ $m < 0 \rightarrow 90° < \theta < 180°$	**Gebruik die sakrekenaar om $\tan^{-1}(m)$ te bepaal.** **Gebruik die positiewe waarde van m.** **As m negatief is, moet die hoek wat u verkry van** $180°$ **afgetrek word.** .	**(a) Bepaal die inklinasie van** AB $m_{AB} = \frac{8}{5}$ **en** $\therefore \tan\theta = \frac{8}{5}$, $\therefore \quad \theta = 57{,}99°$ (b) Gegee S (-3; 2) en O (2; - 4) bepaal die inklinasie van SO. $m_{SO} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ $m_{SO} = \frac{(-4)-(2}{(2)-(-3}$ $m_{SO} = \frac{(-4-2)}{(2+3)}$ $\boldsymbol{m_{SO} = -\frac{6}{5}}$ $\therefore \tan\theta = \boldsymbol{m_{SO}}$  **Verwysingshoek** $= 50{,}19°$ $\therefore \quad \theta = 180° - 50{,}19° = 129{,}8°$
Vergelyking van 'n Lyn		
$y = mx + c$	Gebruik as m en c bekend is .	Bepaal die vergelyking van die lyn met gradiënt $\frac{8}{5}$ wat die y-as by -3 sny. Vergelyking van die lyn is: $y = \frac{8}{5}x - 3$
$y - y_1 = m(x - x_1)$	Gebruik as 1 punt en die gradiënt gegee word.	Bepaal die vergelyking van die lyn wat deur $P(4;3)$ gaan met 'n gradient van -1. $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\therefore \quad y - 3 = -1(x - 4)$ $\therefore \quad y - 3 = -x + 4$
$\boldsymbol{y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)}$	Gebruik as 2 punte gegee word.	Bepaal die vergelyking van die lyn passing wat deur die punte $A(-3;\ -5)$ en $B(2;3)$ gaan. $\boldsymbol{y - y_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x - x_1)}$ $y - (-5) = \frac{3-(-5)}{2-(-3)}(x - (-3))$ $y + 5 = \frac{3+5}{2+3}(x + 3)$ $y + 5 = \frac{8}{5}(x + 3)$ $y = \frac{8}{5}x + \frac{24}{5} - 5$ $y = \frac{8}{5}x - \frac{1}{5}$

In Analitiese Meetkunde kan vrae gevra word wat vereis dat jy die eienskappe van die verskillende vierhoeke ken. Die eienskappe van die verskillende vierhoeke wat jy in graad 10 geleer het, word in die tabel hieronder gegee.

Spesiale eienskappe van vierhoeke: **Hierdie tabel kan dien as verwysing om seker te maak van eienskappe as redes**

Vierhoek	Definisie	Sye	Hoeke	Hoeklyne	Diagram
trapesium	'n vierhoek met een paar teenoorstaande sye parallel	1 pr teenoorst sye =	binne ∠s se som is 360°	Sny mekaar	
vlieër	'n vierhoek met twee pare aanliggende sye gelyk	2 pr aanliggende sye =	• 1 pr teenoorst ∠e = • binne ∠e se som is 360°	• Hoeklyne sny ⊥ • 1 hoeklyn halveer die ander • 1 hoeklyn halveer 2 teenoorst binne ∠s	
parallelogram	'n vierhoek met twee pare teenoorstaande sye parallel	• Pare teenoorst sye = • Pare teenoorst sye //	• binne ∠e se som is 360° • Pare teenoorst ∠s =	• Hoeklyne halveer mekaar • Hoeklyn halveer die oppervlakte	
ruit	'n parallelogram met alle sye gelyk	• Alle sye = • Pare sye //	• binne ∠e se som is 360° • Pare teenoorst ∠s =	• Hoeklyne halveer mekaar ⊥ • Hoeklyn halveer die teenoorst binne ∠e • Hoeklyn halveer die oppervlakte	
reghoek	'n parallelogram met twee pare parallel sye en 'n 90° hoek.	• Pare teenoorst sye = • Pare teenoorst sye //	• Alle binne ∠e = 90° • binne ∠e se som is 360°	• Hoeklyne halveer mekaar en is = • Hoeklyn halveer die oppervlakte	
vierkant	'n reghoek/ ruit met alle sye gelyk en 'n 90° hoek.	• Alle sye = • Pare sye //	• Alle binne ∠e = 90° • binne ∠e se som is 360°	• Hoeklyne halveer mekaar ⊥ en is = • Hoeklyn halveer die binne ∠e • Hoeklyn halveer die oppervlakte	

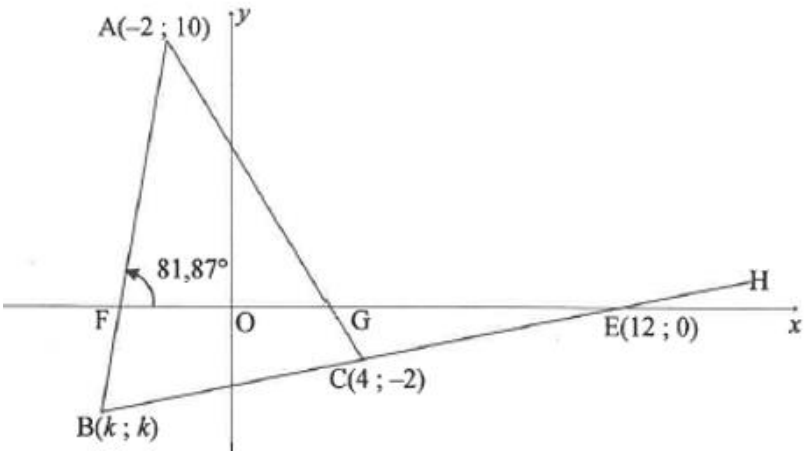
SESSIE 4: Spesiale Vierhoeke

Die tabel hieronder bevat die verskillende eienskappe wat jy moet gebruik om 'n spesifieke vierhoek, 'n parallelogram, reghoek, ruit, vierkant, trapesium of vlieër te bewyss.

Vierhoeke	Word gebruik om te bewys of 'n viersydige figuur die aangeduide vierhoek is, dit wil sê parallelogram, reghoek, ruit, vierkant, trapesium of vlieër.
A. Parallelogram	• 1 paar teenoorstaande sye is = en // • 2 pare teenoorstaande sye is = • 2 pare teenoorstaande sye is // • 2 pare teenoorstaande hoeke is = • Hoeklyne sny mekaar **Enige Een**
B. Reghoek	• bewys dat die figuur 'n parallelogram is + 1 hoek = 90 + hoeklyne is = **+ Enigeen**
C. Ruit	• bewys dat die figuur 'n parallelogram is + hoeklyne is ⊥ + paar aanliggende sye is = + hoeklyne halveer die ∠'e **+ Enigeen**
D. Vierkant	• bewys dat die figuur 'n ruit is en een hoek 90° is **OF** • Bewys dat die figuur 'n reghoek is + en hoeklyne is loodreg **OF** • bewys dat die figuur 'n reghoek is EN + 1 paar aangliggende sye is = **+ enige een van hierdie**
E. Trapesium	1 paar teenoorgestelde sye is //
F. Vlieër	• pair of adjacent sides are = + other pair of adjacent sides = **OR** • diagonals ⊥ + one diagonal bisect the other diagonal **+ Enigeen**

SESSIE 4: Voorbeelde

1. In die diagram, A(-2; 10), B (k ; k) en C (4 ; -2) is die hoekpunte van ABC. Lyn BC word na H veleng en sny die x-as by E (12; 0). AB en AC sny die x-as onderskeidelik by F en G. Die inklinasiehoek van lyn AB is 81.87°.



Bepaal die vergelyking van die lyn:

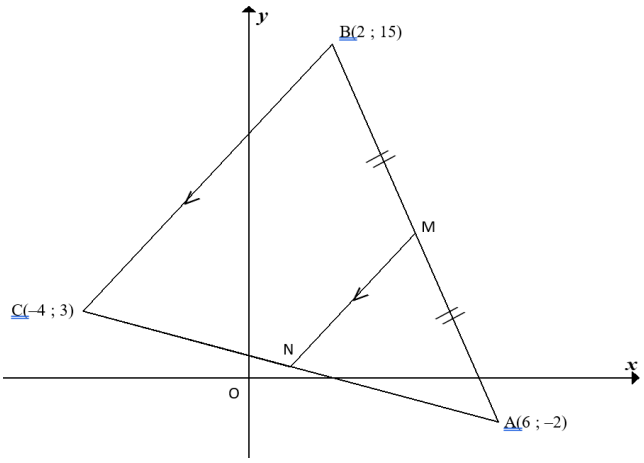
1.1 AF

1.2 BH

1.3 Gaan deur A, parallel met BH

1.4 Gaan deur C, loodreg op BH

2. In die diagram is, A(6 ; – 2), B(2 ; 15) en C(– 4 ; 3) hoekppunte van ΔABC. M is die middelpunt van AB. N is 'n punt op CA sodat MN || BC.



2.1 Bepaal die koördinate van M, die middel punt van AB.

2.2 Bepaal die gradiënt van die lyn MN.

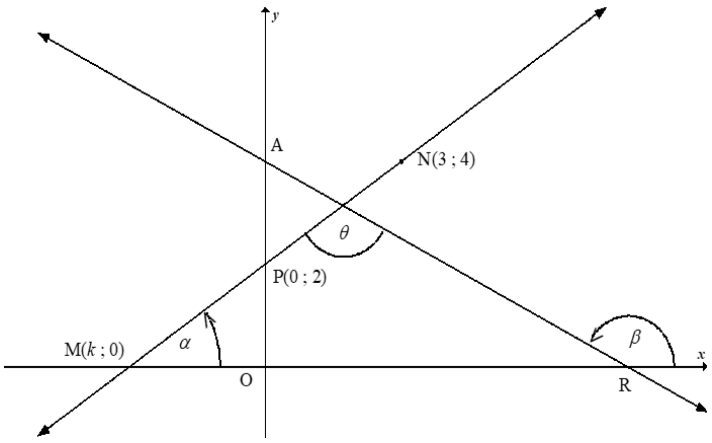
2.3 Vervolgens, of andersins bepaal die vergelyking van lyn MN in die vorm.

2.4 Bereken met redes, die koördinate van punt N.

2.5 As ABCD (in daardie orde) 'n parallelogram is, bepaal die koördinate van punt D.

SESSIE 4: Voorbeelde

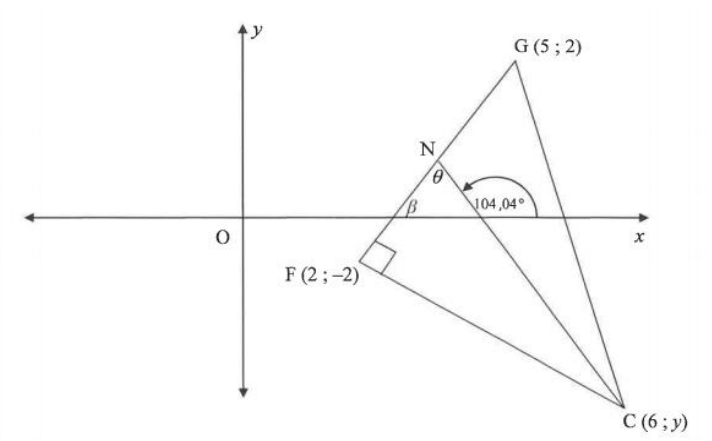
3. In die gegewe diagram is R en A die x- en y-afsnitte respektiewelik van die reguit lyn AR. Die vergelyking van AR is $y = -\frac{1}{2}x + 4$. Nog 'n reguit lyn sny die y-afsnit by P(0 ; 2) en gaan deur die punte M$(k ; 0)$ en N(3 ; 4).
α en β is die inklinasie hoeke van lyne MN en AR respektiewelik.



3.1 As dit gegee is dat $k = -\frac{4}{3}$, bepaal die grootte van θ.

3.2 Bepaal die oppervlakte van ΔMNR.

4. In die diagram is , $F(2; -2)$, $G(5{:}\,2)$ en $C(6;\ y)$ die hoekpunte van ΔFGC. $FG \perp FC$.
N is 'n punt op FG sodat die inklinasie van NC is 104,04°.
Die inklinasie hoek van FG is β en $\angle FNC = \theta$

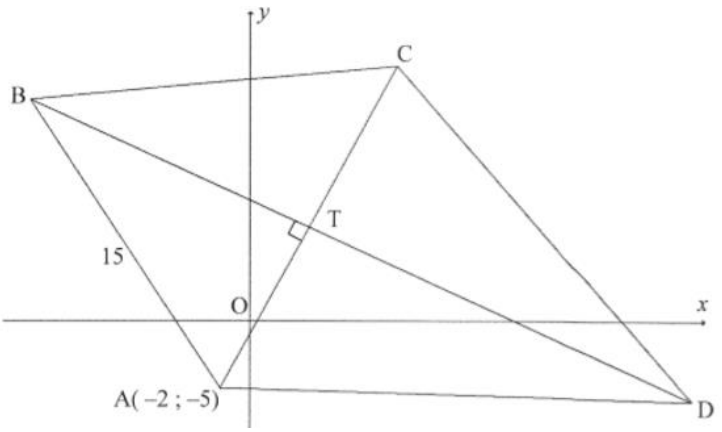


4.1 Bereken die grootte van θ .

4.2 Bereken die waarde van y.

4.3 Bepaal die oppervlakte van ΔFGC

5.1 $A(-2; -5), B, C$ en D is hoekpunte van die vierkant $ABCD$ sodat die hoeklyn AC loodreg aan hoeklyn BD is by T.
Die vergelyking van BTD is gegee deur $2y + x = 18$ en $AB = 15$ eenhede



5.1 Bepaal die gradiënt van die lyn AC

5.2 Bepaal die vergelyking van AC in die vorm $\boldsymbol{y = mx + c}$

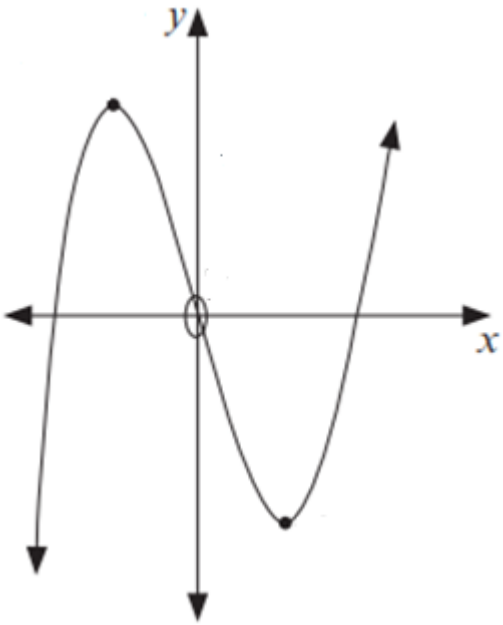
5.3 As die vergelyking van AC $\boldsymbol{y = 2x - 1}$ is, bereken die koördinate van T

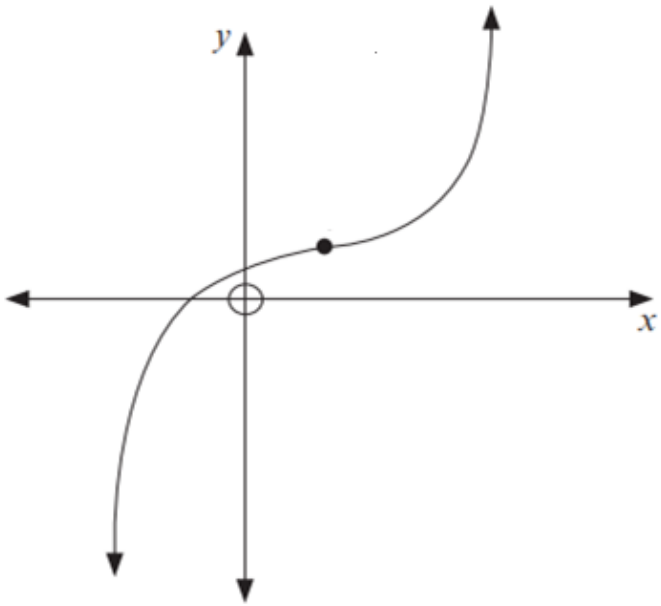
5.4 As $ABCD$ 'n vlieër is met $AB = BC$
a) Bepaal die koördinate van C
b) Bereken die lengte van BT

SESSIE 6: KUBIEKE GRAFIEKE

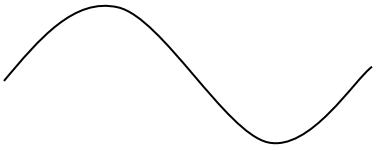
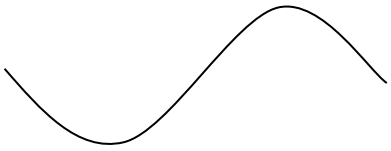
$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

- Stasionêre punte
- Lokale Maksimum/Lokale Minimum
- Punt van infleksie
- Konkaaf op/Konkaaf af





SKETS DIE KUBIEKE GRAFIEK

As $a > 0$ 	As $a < 0$ 

y-AFSNIT • Substitute $x = 0$ • Los op vir y	**x-AFSNIT** • Substitute $y = 0$ • Los vir x op deur faktoriseer
DRAAIPUNT • Bepaal $f'(x)$ • $f'(x) = 0$ • Los op x • Vervang x in oorspronklike formule	**PUNT VAN INFLEKSIE** • Bepaal $f''(x)$ • $f''(x) = 0$ • Los op vir x • Vervang x in oorspronklike formule

SESSIE 6: KUBIEKE GRAFIEKE

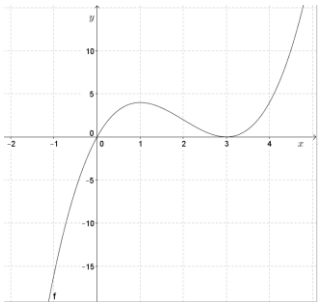
- VERSKILLENDE VORME VAN DIE KUBIEKE FUNKSIE
  1. $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
  2. $k(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$
  3. $l(x) = a(x - x_1)^2(x - x_2)$
  4. $s(x) = a(x - x_1)(x^2 + mx + n)$

✓ Watter van die bogenoemde funksies genommer 1 – 4 sal jy koppel met die sketse gemerk A tot F?

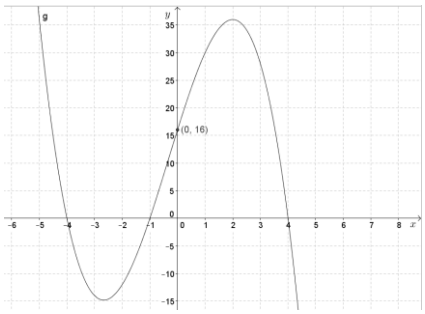
✓ Watter inligting van die kubieke vergelyking word in elk van die sketse gegee?

✓ Sal jy in elke skets die vergelyking van die funksie kan vind? Indien nie, watter verdere inligting is benodig in elke geval?

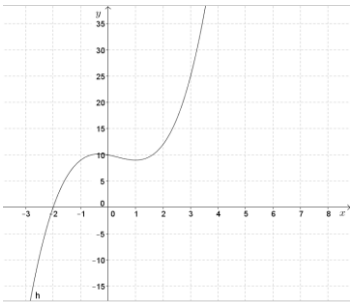
A



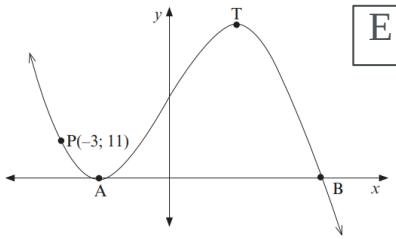
B



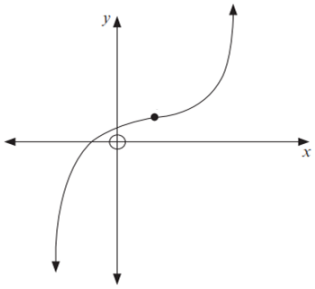
C



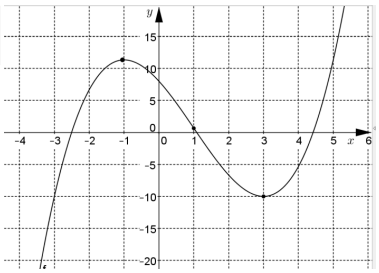
D



E



F



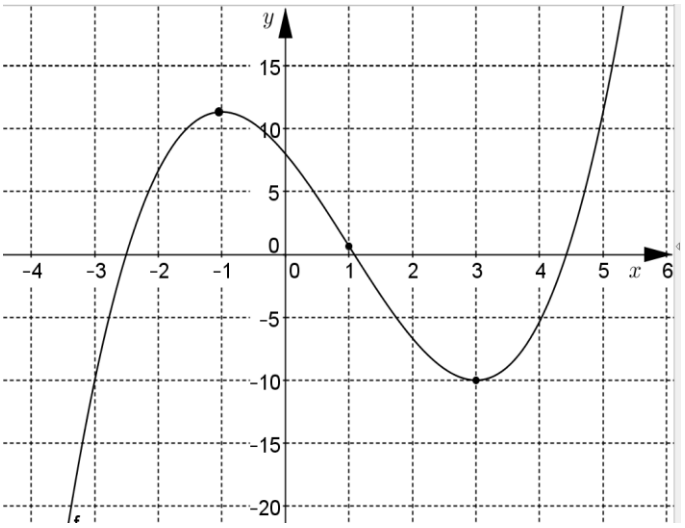
Voorbeeld 1:

In die gegewe diagram is die skets van die funksie,

$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 - 6x + 8$

Skets die volgende op die gegewe diagram :

(Wys alle x-afsnitte en moontlike draaipunte)



2.1 $f'(x)$

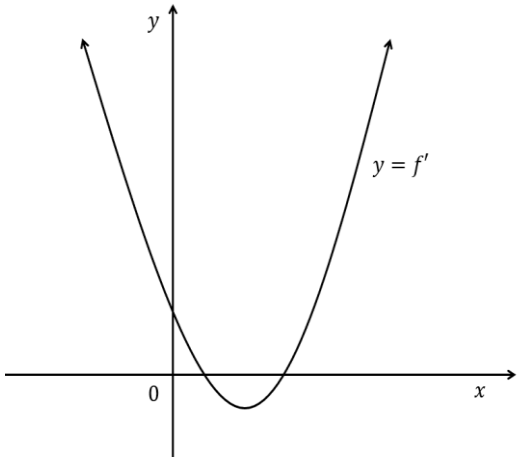
2.2 $f''(x)$

SESSIE 6: KUBIEKE GRAFIEK

Voorbeeld 2:

Die grafiek van $y = ax^2 + bx + c$ is die afgeleide van f.

Dit is gegee dat $f'(1) = 0$, $f'(3) = 0$ en $f'(0) = 6$

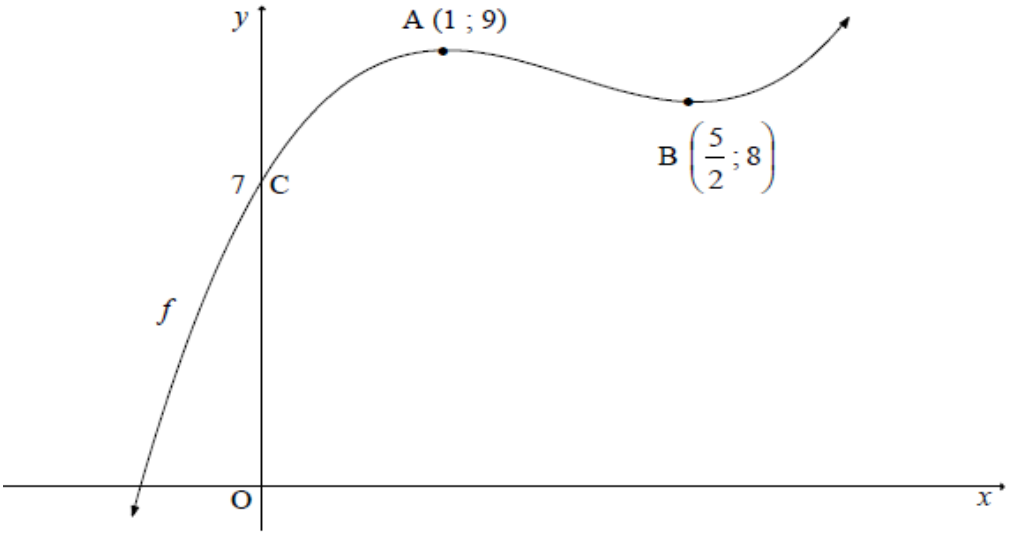


2.1 Skryf die $x-$koördinate van die stationêre punte van f.

2.2 Vir watter waarde(s) van x is f stygende?

Oefeninge:

1. A(1 ; 9) en B($\frac{5}{2}$; 8) is die draaipunte van die grafiek f hieronder.
C(0 ; 7) is die y-afsnit van f.



1.1 Vir watter waardes van x is f dalend? (2)

1.2 Skryf die x-afsnitte van f', die afgeleide van f (2)

1.3 Vir watter waarde van x sal f konkaaf opwees? (2)

1.4 Bepaal die waarde van k waarvoor $y = f(x) + k$ DRIE positiewe x-afsnitte sal hê. (2)

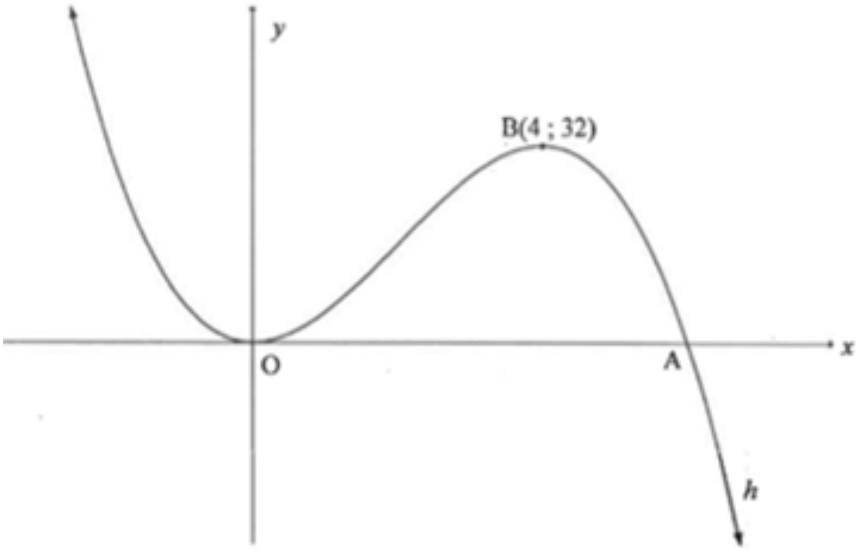
SESSIE 6: KUBIEKE GRAFIEK

Oefeninge:

2. Die grafiek van $h(x) = ax^3 + bx^2$

Is geskets. Die grafiek het draaipunte by die oorsprong. O(0 ; 0) en B(4 ; 32).

A is 'n x- afsnit van h.



2.1 Toon dat $a = -1$ en $b = 6$ (5)

2.2 Bereken die koördinate van A. (3)

2.3 Skryf die waardes van x neer waarvoor h :

2.3.1 Stygend is (2)

2.3.2 Konkaaf af is (2)

3. Gegee: $f(x) = x(x-3)^2$ met $f'(1) = f'(3) = 0$ en $f(1) = 4$.

3.1 Skets die grafiek van f, en dui die afsnitte met die asse en die draaipunte duidelik aan. (4)

3.2 Vir watter waardes van x sal $y = -f(x)$ konkaaf na onder wees? (2)

3.3 Gebruik jou grafiek om die volgende vrae te beantwoord:

3.3.1 Bepaal die koördinate van die lokale maksimum van h indien ,

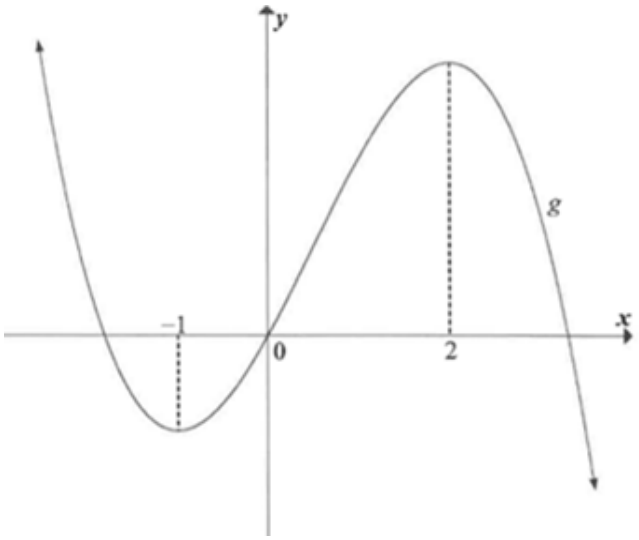
$h(x) = f(x-2) + 3$. (2)

3.3.2 Claire beweer dat $f'(2) = 1$.

Stem jy met Claire saam? Motiveer jou antwoord. (2)

4. Die grafiek van $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx$, 'n kubicse funksie met 'n $y-$ afsnit by 0, is geteken.

Die $x-$ koördinate van die draaipunt van g is -1 and 2.



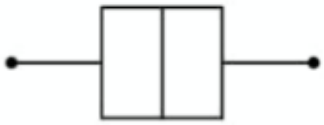
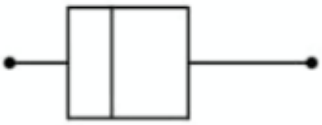
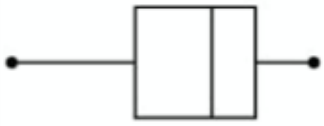
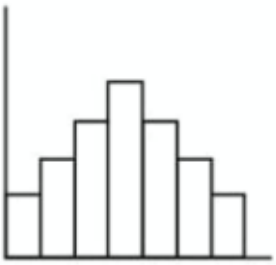
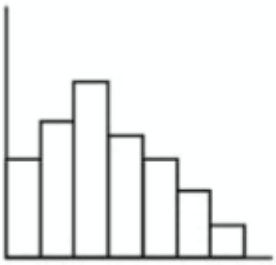
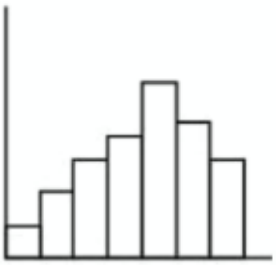
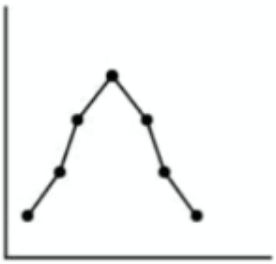
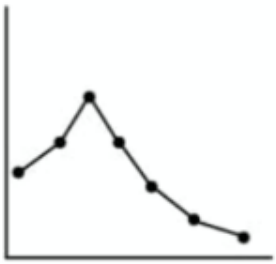
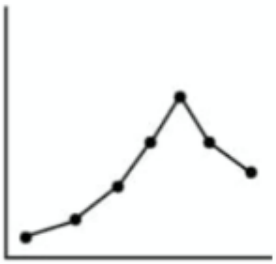
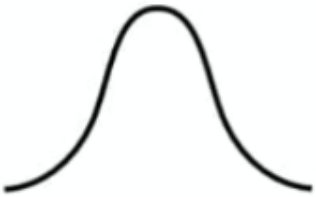
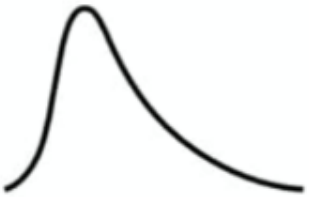
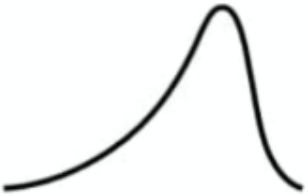
4.1 Vir watter waarde van x is g stygend? (2)

4.2 Skryf die x-koördinate van die buigpunt van g. (2)

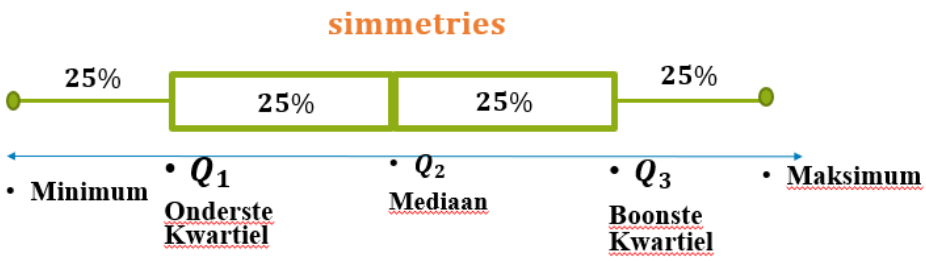
4.3 Vir watter waardes van x is g konkaaf af?

4.4 Indien $g'(x) = -6x^2 + 6x + 12$ is, bepaal die vergelyking van g. (4)

SESSIE 8: STATISTIEK

INFORMASIE	SIMMETRIES	POSITIEF SKEEF	NEGATIEF SKEEF
Gemiddeld en Mediaan	Gemiddeld = Mediaan	Gemiddeld > Mediaan	Gemiddeld < Mediaan
Mond- en – Snor diagram			
Histogram			
Frekwensie Polygon			
Verspreiding			

MOND-EN-SNOR



Vyfgetal opsomming

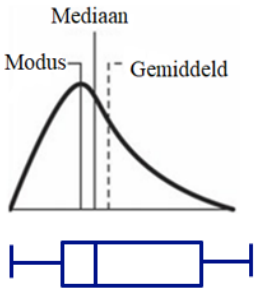
- **Minimum**
- $Q_{1(posisie)} = \frac{1}{4}(n+1)$
- $Q_{2(posisie)} = \frac{1}{2}(n+1)$
- $Q_{3(posisie)} = \frac{3}{4}(n+1)$
- **Maksimum**

SESSIE 8: STATISTIEK – MOND-EN-SNOR & VERSPREI

Verspreiding van data

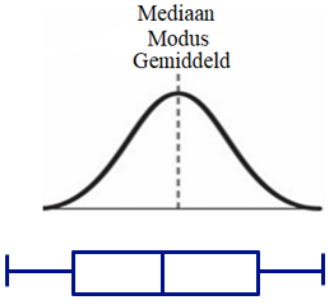
Positief skeef

- 'n Hoë volume van die data is geleë by die laer waardes van die data stel.
- Die hoër waardes van die data stel is wyer verspreid.
- Gemiddelde > Mediaan



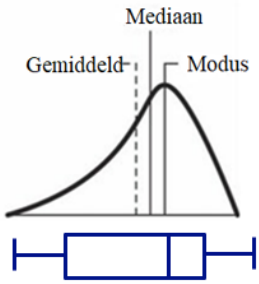
Simmetriese verspreiding

- 'n Hoë volume data rond om gedie gemiddelde geleë.
- Die data is simmetries verspreid.
- Gemiddelde = Mediaan.



Negatief skeef

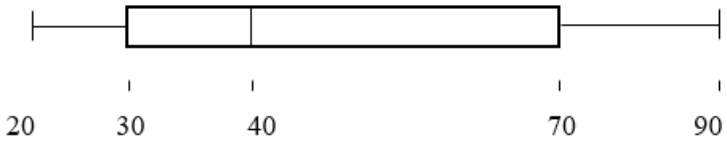
- 'n Hoë volume van die data is geleë by die hoër waardes van die data stel.
- Die kleiner waardes van die data stel is wyer verspreid.
- Mean < Median.



- Skeefheid beïnvloed die gemiddelde. Hoe meer skeef die data is, hoe minder kan die gemiddelde vir sentrale neiging gebruik word. As die data na links skeef is, is die gemiddelde te laag. As dit na regs skeef is, sal die gemiddelde te hoog wees. Die beste maatstaf van sentrale neiging om te gebruik is die mediaan, aangesien dit 'n beter idee gee van wat met die sentrale neiging van die data gebeur.

Voorbeeld: 1

Die mond – en – snor diagram vir punte (uit 90) vir nege leerders word in onderstaande diagram getoon.



Beantwoord die volgende vrae.

1. Lewer kommentaar oor die skeefheid van die data.
2. Hoekom sal die gemiddelde nie 'n goeie maatstaf van sentrale neiging wees nie?
3. Dink jy die toets was te maklik of te moeilik? Gee 'n rede vir jou antwoord. answer.

Voorbeeld: 2

Die onderstaande data toon die aantal besoeke aan die plaaslike kliniek vir die afgelope 6 dae :

12, 29, 13, 63, 12, 3

2.1 Teken 'n mond – en – snor diagram.

2.2 Gebruik jou sakrekenaar om die gemiddelde van die data te bepaal.

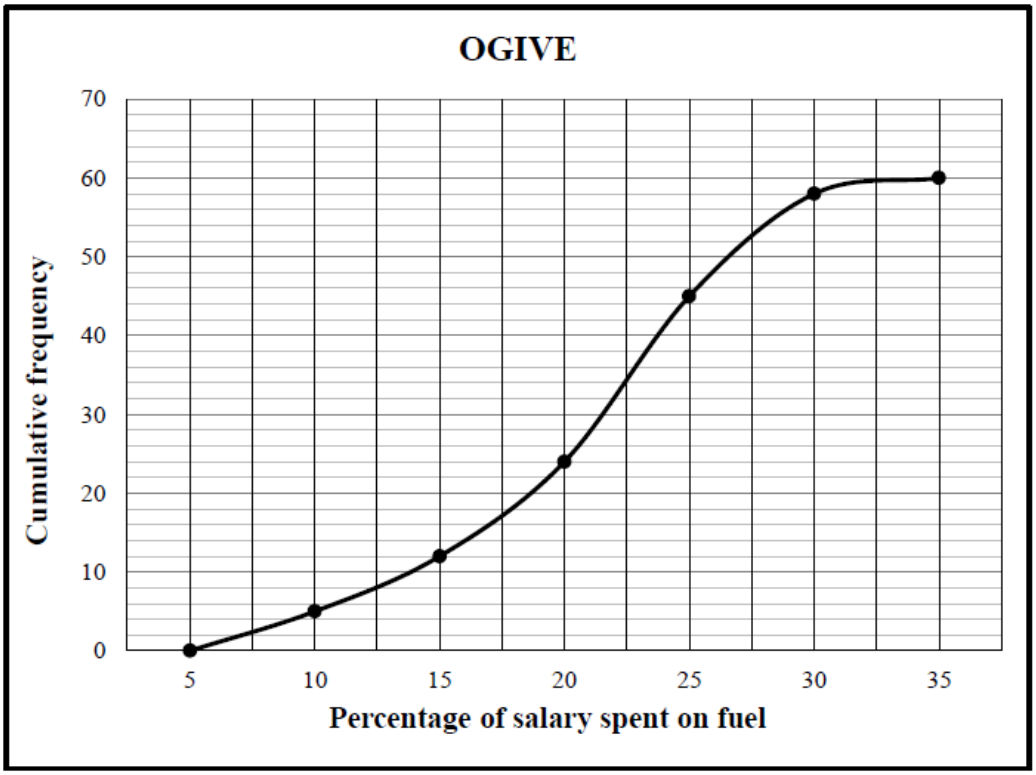
2.3 Lewer kommentaar oor die skeeefheid van die data.

SESSIE 8: STATISTIEKS - KUMULATIEWE FREKWENSIE GRAFIEK (OGIEF)

Kumulatiewe frekwensie grafiek (ogief)	
Wat moet ek kan doen?	**Wat is belangrik wanneer 'n ogief geteken word?**
• Interpreteer die ogief. • Bepaal min, Q_1, Q_2, Q_3, maksimum en persentiele van die ogief. • Teken 'n mond-en-snor vanaf 'n ogief. • Gebruik 'n ogief om die frekwensietabel te voltooi. • Gebruik die frekwensietabel om 'n ogief te teken.	**1. Voltooi die gegewe frekwensie table:** ▪ Voeg 'n kumulatiewe frekwensiekolom by. ▪ Voeg 'n koördinaatkolom by. 2. Plot die punte. (Boonste grens van klas; kumulatiewe frekwensie van klas) 3. ANKER die ogief by(onderste grens van die eerste interval; 0) 4. Wanneer jy die kurwe skets mag jy nie 'n liniaal gebruik nie. Dit is 'n S – vormige skets.

Interpretasie van die OGIEF: Voorbeeld 3

'n Maatskappy het navorsing onder al sy werknemers gedoen oor watter persentasie van hul maandelikse salaris in 'n spesifieke maand aan brandstof bestee is. Die data word in die ogie (kumulatiewe frekwensiegrafiek) hieronder voorgestel.



1. Hoeveel mense werk by hierdie maatskappy? (1)
2. Skryf die modale klas van die data neer. (1)
3. Hoeveel werknemers het meer as 22,5% van hulle maandelikse salaris aan brandstof spandeer? (2)
4. 'n Werknemer het R2 400 van sy salaris aan brandstof in hierdie spesifieke maand spandeer. Bepaal die maandelikse salaris van hierdie werknemer indien hy 7% van sy salaris aan brandstof spandeer. (2)
5. Teken 'n mond – en – snor diagram vir die gegewe ogief.

SESSIE 8: STATISTIEK - KUMULATIEWE FREKWENSIE GRAFIEK (OGIEF)

SKETS VAN OGIEF:

Voorbeeld 4:

Elke kind in 'n groep vierjarige kinders het dieselfde legkaart gekry om te voltooi. Die tyd (in minute) wat dit elke kind geneem het om die legkaart te voltooi, word in die table hieronder getoon.

TIME TAKEN (t) (IN MINUTES)/ *TYD GENEEM (t) (IN MINUTE)*	NUMBER OF CHILDREN/ *GETAL KINDERS*
$2 < t \leq 6$	2
$6 < t \leq 10$	10
$10 < t \leq 14$	9
$14 < t \leq 18$	7
$18 < t \leq 22$	8
$22 < t \leq 26$	7
$26 < t \leq 30$	2

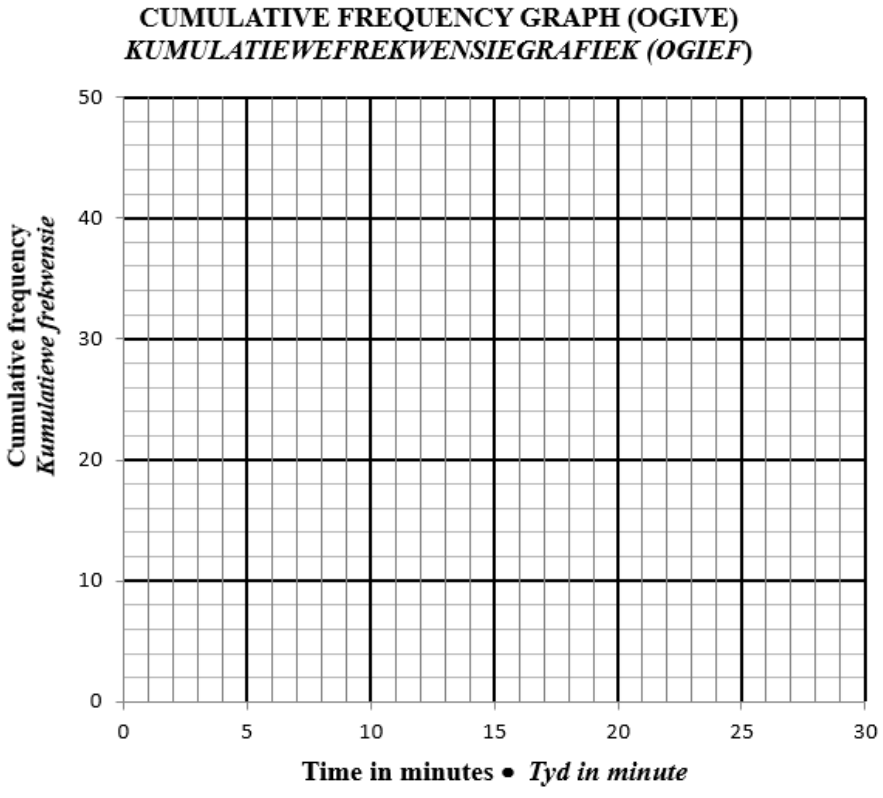
4.1 Skets 'n kumulatiewefrekwensie-grafiek (ogief) om die data voor te stel. (3)

4.2 Gebruik die grafiek om die mediaantyd wat dit geneem het om die legkart te voltooi, te bepaal. (2)

Oplossing:

4.1

Time in minutes (t) *Tyd in minute (t)*	Number of children *Getal kinders*	Cumulative frequency *Kumulatiewe frekwensie*
$2 < t \leq 6$	2	
$6 < t \leq 10$	10	
$10 < t \leq 14$	9	
$14 < t \leq 18$	7	
$18 < t \leq 22$	8	
$22 < t \leq 26$	7	
$26 < t \leq 30$	2	



SESSIE 8: STATISTIEK - STANDAARDAFWYKING - σ

Standaardafwyking, is 'n maatstaf van verspreiding met behulp van alle datawaardes. Standaardafwyking is hoe ver datawaardes van die gemiddelde afwyk.
OF
Die gemiddelde afwyking van die gemiddelde

Standaardafwyking(σ) is 'n getal wat wys hoe die data van die gemiddelde van die data verspreid is. Hoe groter die waarde van die standardafwyking, hoe verder lê die data van die gemiddelde ($\bar{x}$). Dit gee 'n aanduiding dat die gemiddelde nie 'n betroubare maatstaf van sentrale neiging is nie, en dat die mediaan meer geskik sal wees. Hoe kleiner die standaaardafwyking is, hoe nader lê die data aan die gemiddelde. Dit wil sê dat die gemiddelde 'n betroubare maatstaf van sentrale neiging sal wees. Die variansie is die kwadraat van die standaardafwyking (σ^2). Die interval van data wat k standaardafwykings van die gemiddelde is $(\bar{x} - k\sigma;\ \bar{x} + k\sigma)$.

Bepaal die standaardafwyking- Sakrekenaar

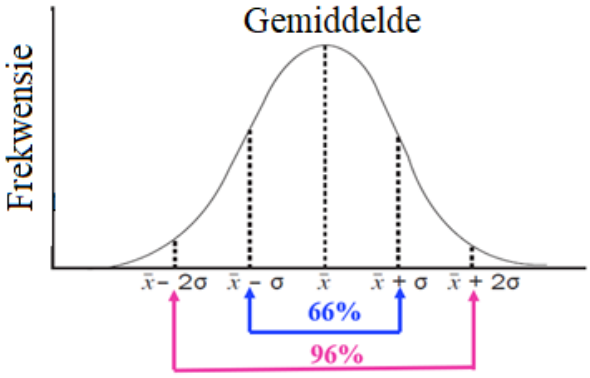
Hoe om standaardafwyking te bepaal met jou casio sakrekenaar?

- Druk "mode"(bo regs)
- Druk "2" vir STAT Mode
- Druk "1", vir "1-VAR".
- Voer waardes in. Na elke individuele waarde ingesleutel is druk " = " voor die volgendewaarde ingesleutel word.
- Na alle individuele waardes ingesleutel is druk "AC".
- Druk "SHIFT" dan "1", om σ te vind .
- Druk "4" vir "Var"
- Druk "3" vir "σx".

Interpretasie van die standaardafwyking

Die interkwartielreeks meet 'n verspreiding rondom die mediaan, dus het dit te make met die posisie van data en nie hul werklike waardes nie.

Die standaardafwyking meet verspreiding rondom die gemiddelde, met behulp van die werklike waardes van die data en nie net hul posisie nie.



Voorbeeld 5:

Die volgende steekproef van weeklikse lone van tien mense wat vir 'n drukkers maatksappy werk, is geneem.

R2 250; R2 250; R3 000; R3 300; R3 300

R3 600; R3 900; R4 350; R4 350; R5 250

5.1 Bereken die gemiddelde weeklikse loon.

5.2 Bereken die standaardafwyking van die weeklikse lone.

5.3 Bepaal die persentasie mense wat binne EEN standaardafwyking vanaf die gemiddelde lê.

SESSIE 8: STATISTIEK EKSAMEN VRAE

VRAAG 1

Mr Ngwane is die verkoopsbestuurder vir 'n meubelwinkel. Elke maand reporteer sy 15 personeellede oor die aantal kliënte wat die vorige maand die winkel besoek het.

Die uitslae was soos volg gegee:

12 15 15 19 22 23 26 26 32 33 33 33 33 35 35

1.1 Bepaal die:

1.1.1 Mediaan van die data/ gegewens. (1)

1.1.2 Interkwartiel reeks / wydte (3)

1.1.3 Gemiddelde van die data / gegewens. (2)

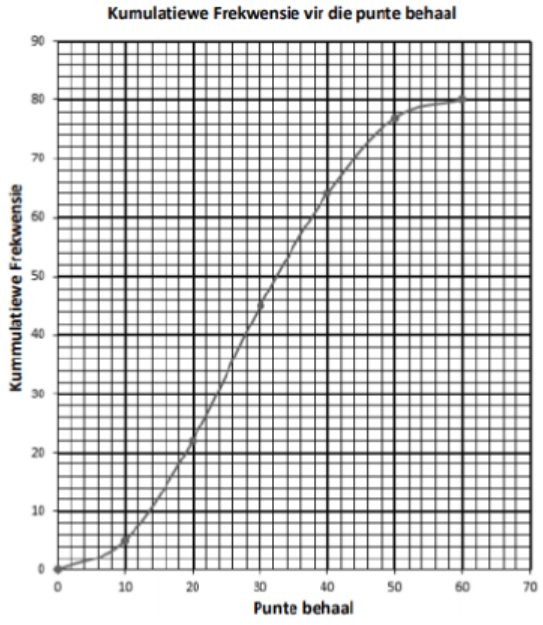
1.1.4 Standaardafwyking van die data (2)

1.2 Bepaal die persentasie van kliënte wat die meubelwinkel besoek het,wat buite een standaardafwyking vanaf die gemiddelde is. (3)

[11]

VRAAG 2

'n Groep leerders het 'n gestandaardiseerde Engelse toets, wat uit 60 punte getel het, afgele. Die uitslae was op 'n kumulatiewe frekwensie kurwe hieronder voorgestel.



2.1 Hoeveel leerders het die toets geskryf?

2.2 Hoeveel leerders het ten minste 20 uit 60 behaal?

2.3 Gebruik die grafiek, en skat die toetspunt mediaan.

2.4 Voltooi die kumulatiewe frekwensie tabel.

SESSIE 8: STATISTIEK EKSAMEN VRAE

2.4 Voltooi die kumulatiewe frekwensie tabel.

Punte behaal	Frekwensie
$0 < x \leq 10$	
$10 < x \leq 20$	
$20 < x \leq 30$	
$30 < x \leq 40$	
$40 < x \leq 50$	
$50 < x \leq 60$	

2.5 Skryf die modale groep neer.

VRAAG 3

'n Skool het 'n sportdag gehou. Een van die items op die program was 'n hinderniswedloop. Spanne van 10 ouers en leerders het aan die wedloop deelgeneem. Die tabel hieronder toon die tyd, in minute, wat dit elke lid van 'n bepaalde span geneem het om die wedloop te voltooi.

4	**12**	**13**	**16**	**17**	**18**	**20**	**22**	**22**	**25**

3.1 Hoe lank, in minute,het die vinnigste lid van die program geneem om die wedloop te voltooi? (1)

3.2 Bepaal hierdie span se gemiddelde tyd (2)

3.3 Bereken die standardafwyking van die data. (1)

3.4 Hoeveel van die spanlede het die hinderniswedloop buite twee standaardwykings van die die gemiddelde voltooi. (3)

3.5 Dit het 'n ander span 'n totale tyd van $x + 5$ minute geneem om die wedloop te voltooi. Bereken die waarde van x as die algehele gemiddelde van die twee spanne saam 18 minute was? (3)

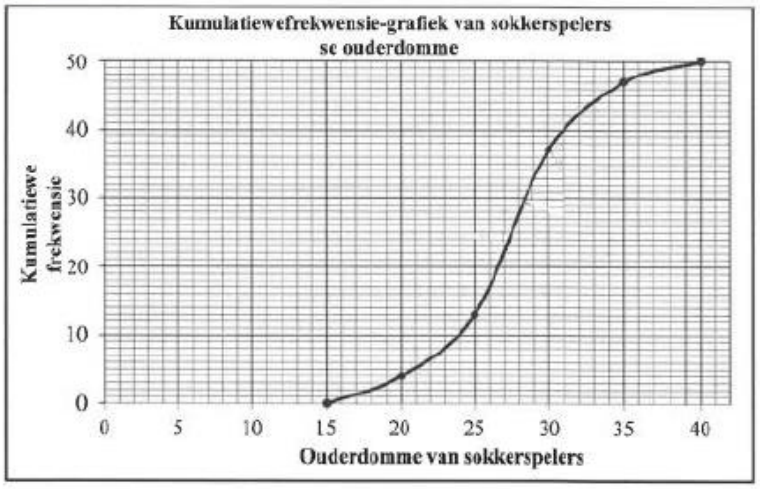
[10]

SESSIE 8: STATISTIEK EKSAMEN VRAE

VRAAG 4

4.1 'n Opname is van die ouderdomme van sokkerspelers by 'n sokkertoernooi gemaak.

Die uitslae word op die kumulatiewefrekwensie- grafiek (ogief)hieronder getoon.



4.1.1 Hoeveel spelers het aan die sokkertoernooi deelgeneem? (1)

4.1.2 Bepaal die getal spelers tussen die ouderdomme van 24 en 31 jaar. (2)

4.1.3 Voltooi die frekwensiekolom van die onderstaan de tabel. (3)

INTERVAL	FREKWENSIE	KUMULATIEWE FREKWENSIE
$15 \leq x < 20$		4
$20 \leq x < 25$		13
$25 \leq x < 30$		37
$30 \leq x < 35$		47
$35 \leq x < 40$		50

4.1 4 Teken 'n frekwensieveelhoek van die data. (4)

4.2 Twee graad 11 – Wiskundeklasse het dieselfde getal leerders. Die vyf-getal-opsomming van die punte wat hierdie klasse vir 'n toets behaal het, word hieronder getoon.

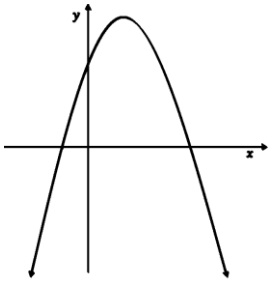
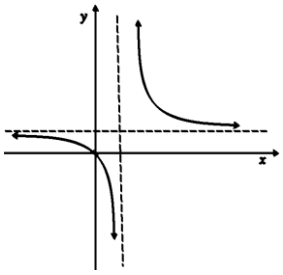
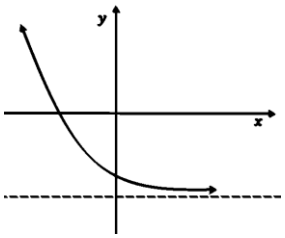
KLAS A: 30 48 65 82 90

KLAS B: 50 58 65 75 90

Die ouers van leerders in **KLAS A** en **KLAS B** neem waar dat albei klasse dieselfde median en dieselfde maksimum punt het en beweer dus dat daar gee prestasieverskil tussen hierdie klasse is nie.

Stem jy met die bewering saam? Gebruik ten minste TWEE verskillende argumente om jou antwoord te regverdig.. (3)

GRAFIEKE: OPSOMMING

GRAFIEKENAAM	Parabool	Hiperbool	Eksponensiële Grafiek
VERELYKING	$y = ax^2 + bx + c$	$y = \frac{k}{x+p} + q$	$y = a^{x+p} + q$
WAT JY NODIG het om 'n grafiek te skets.	x –afsnitte • $y = 0$	x –afsnitte $y = 0$	x –afsnitte $y = 0$
	y –afsnitte • $x = 0$	y –afsnitte $x = 0$	y –afsnitte $x = 0$
	DRAAIPUNT Simmetrie-asse • $x = -\frac{b}{2a}$ • $f'(x) = 0$	ASIMPTOTE • $x = -p$ • $y = q$	ASIMPTOTE • $y = q$
VOORBEELD van die SKETS van die grafiek			

Nota:

Die volgende is verskillende vorme van die parabool:

- $y = ax^2 + bx + c$
- $y = a(x + \mathrm{p})^2 + \mathrm{q}$
- $y = a(x - x_1)(x - x_2)$

Maak seker :

- **Gegee enige vergelyking van 'n funksie,**
  - Jy kan visualiseer wat die vorm van die grafiek is, dit wil sê of dit 'n parabool, hiperbool of eksponensieel is. (dit is deur na die vorm van die vergelyking en "a" te kyk)
  - Jy is duidelik oor die inligting wat jy deur inspeksie kan neerskryf.
  - Skets die funksie (weet watter inligting in elk van die verskillende funksies benodig word)
- Gegee 'n a skets:
  - Jy kan deur inspeksie identifiseer wat van die vergelyking van die skets gegee word.
  - Jy kan identifiseer wat bereken moet word om die vergelyking van die funksie te bepaal.

SESSIE 10: FUNKSIES - INSPEKSIE

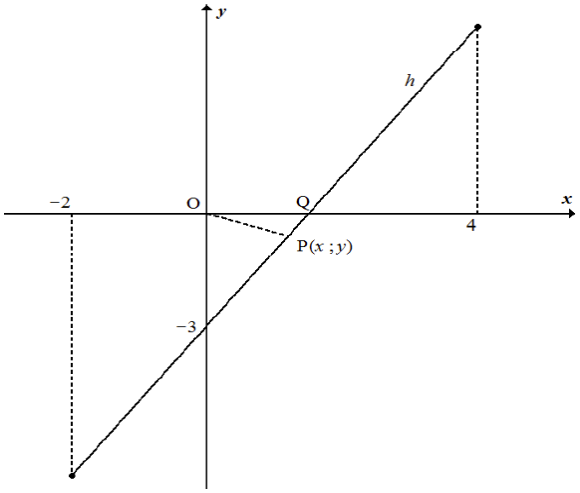
VERGELYKING	INLIGTING UIT INSPEKSIE				
$y = 2x^2 - 3x + 1$	$a = 2$, $a > 0$ & vorm van grafiek		$c = 1$	Parabool sny/sny die y-as by 1	Definisie-versameling: $x \in \mathbb{R}$
$y = -(x-3)^2 + 2$	$a = -1$, $a < 0$ & vorm van grafiek		$TP(3;2)$	Parabool het 'n maksimum waarde van 2 Simmetriese as: $x = 3$	Definisie-versameling: $x \in \mathbb{R}$ Waarde-versameling: $y \leq 3$
$y = -2x(x-5)$	$a = -1$, $a < 0$ & vorm van grafiek		Wortels/ x −afsnee is: 0 en 5	Parabool sny die x-as by 0 en 5	Definisie-versameling: $x \in \mathbb{R}$
$y = \frac{-1}{x-2} + 3$					
$y = 2^x - 1$					
$y = \frac{1}{x-2} + 3$					
$y = 2^{-x} - 1$					

1. Hoe sal elkeen van die vergelykings in die tabel hierbo verander as die skets 2 eenhede langs die y-asse opwaarts geskuif word?
2. Vir watter van bogenoemde vergelykings, kan jy deur inspeksie die nuwe vergelyking neerskryf as die grafiek horisontaal na regs met 1 eenheid geskuif word?

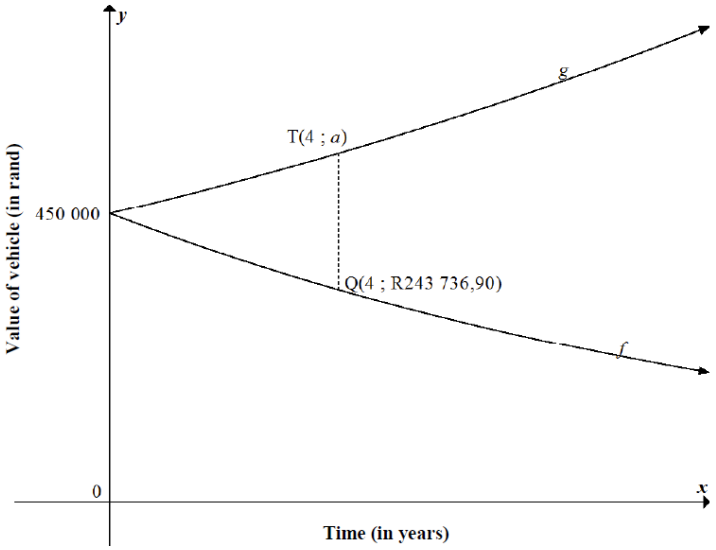
SESSIE 10: FUNKSIES – INSPEKSIE 1

Skryf in elk van die volgende al die inligting van inspeksie neer:

1.
Gegee: $h(x) = 2x - 3$ vir $-2 \leq x \leq 4$. Die x-afsnit van h is Q

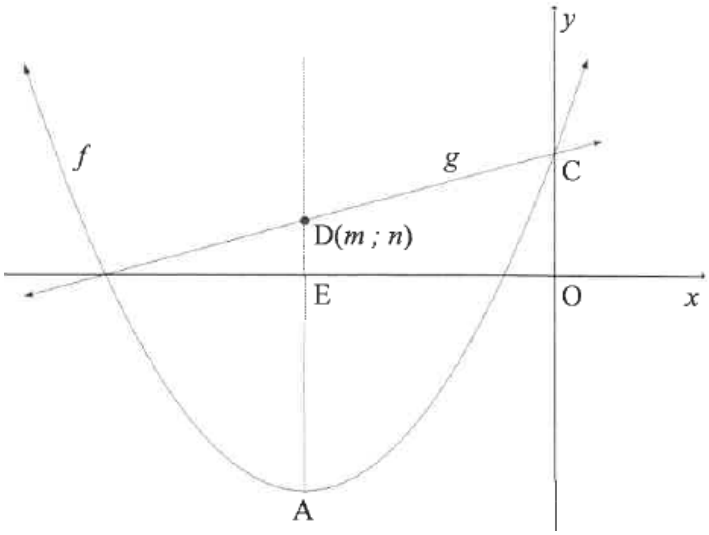


2.
Die grafieke van f toon die boekwaarde van 'n voertuig x jaar nadat Joe dit gekoop het.
Die grafieke van g toon die kosprys van 'n soortgelyke nuwe voertuig x jaar later.



3.
Die grafiek van $f(x) = \frac{1}{2}(x+5)^2 - 8$ en $g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$ is gegee in die skets.

- A is die draaipunt van f.
- Die simmetrie-as van f sny die x-as by E en die lyn g by $D(m\,;n)$.
- C is die y- afsnit van f en g.



SESSIE 10: FUNCTIONS – INSPECTION 2

4.

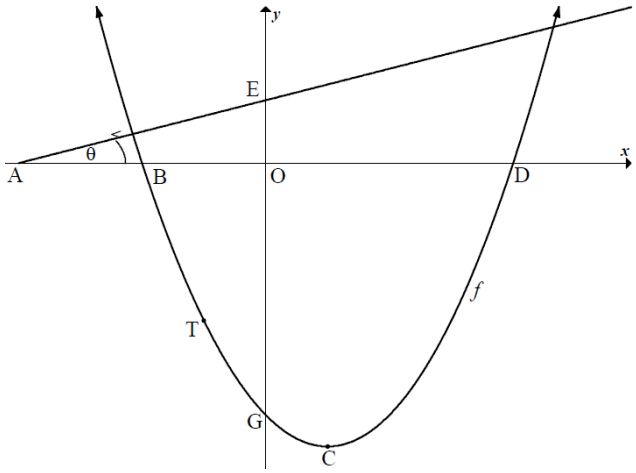
Die grafiek van $f(x) = (x + 4)(x - 6)$ is geskets.

Die parabool sny die x- as by B en D en die y-as by G.

C is die draaipunt van f.

Lyn AE het 'n inklinasiehoek van θ en sny die x-as en y-as by A en E onderskeidelik.

T is 'n punt op f tussen B en G.

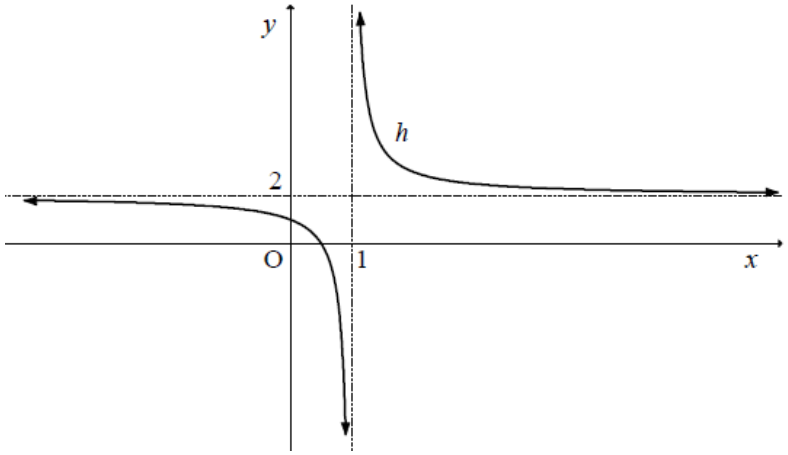


5.

Die diagram toon die grafiek van

$h\,(x) = \frac{1}{x+p} + q$.

Die asimptotes van h sny by (1 ; 2).

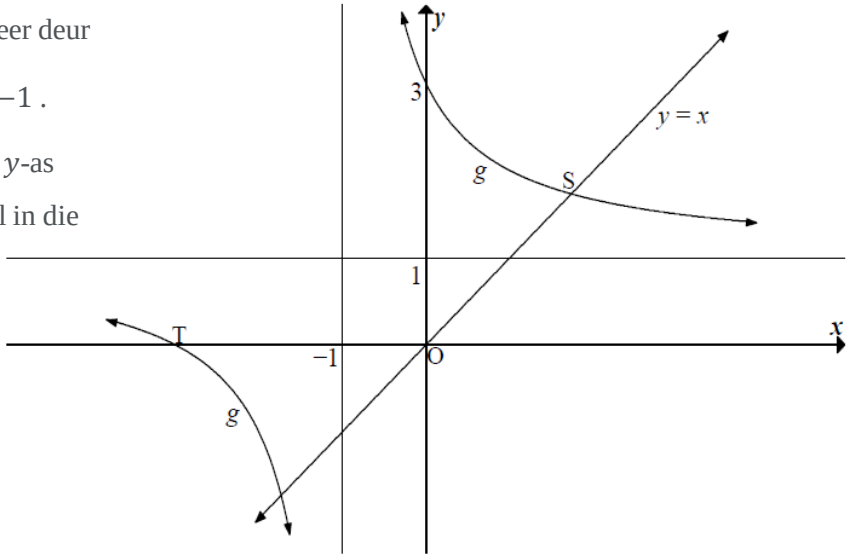


6.

Die diagram dui die hiperbool g, gedefinieer deur

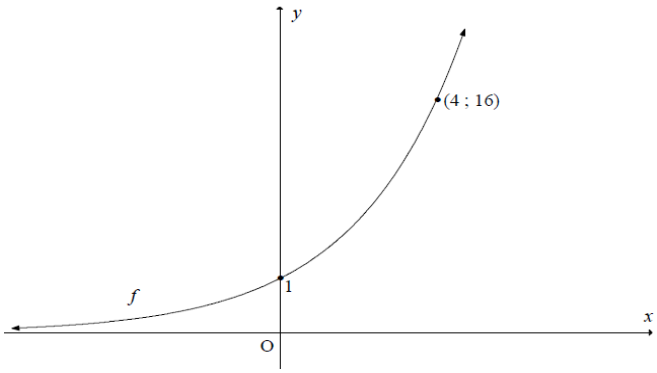
$g(x) = \frac{2}{x+p}$ met asimptote $y = 1$ en $x = -1$.

Die grafiek van g sny die x-as by T en die y-as by (0 ; 3) . Die lyn $y = x$ sny die hiperbool in die eerste kwadrant by punt S.

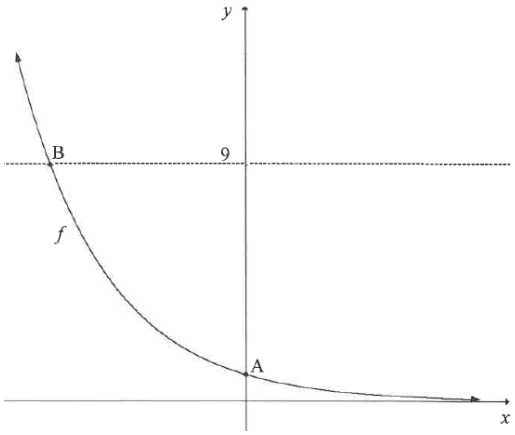


SESSIE 10: FUNCTIONS – INSPECTION 3

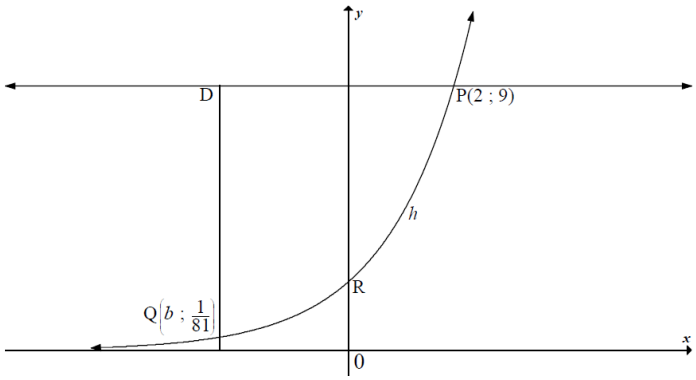
7.
Gegee is die grafiek van $f(x) = k^x$; $k > 0$.
Die punt $(4\,;16)$ lê op f.



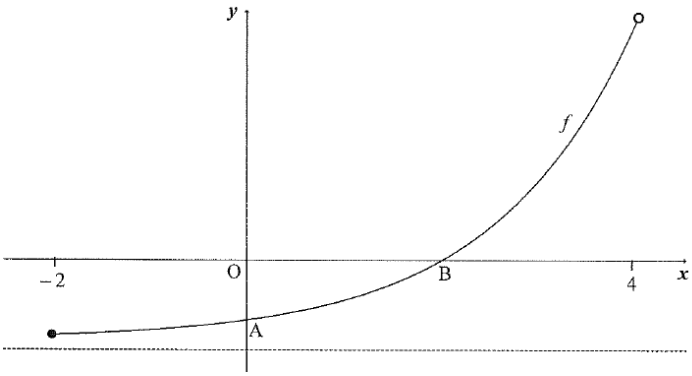
8.
Die grafiek van $f(x) = 3^{-x}$ is geskets. A is die y-afsnit van f. B is die snypunt van f en die lyn $y = 9$.



9.
Gegee is die skets van $h(x) = a^x$, $a > 0$.
R is die y – afsnit van h. Die punte $P(2\,;9)$ en $Q(b\,;\frac{1}{81})$ lê op h.



10.
Die grafiek van $f(x) = 2^x - 4$ vir $x \in [-2\,;4)$ is geskets. A en B is onderskeidelik die y – en x-afsnitte van f.

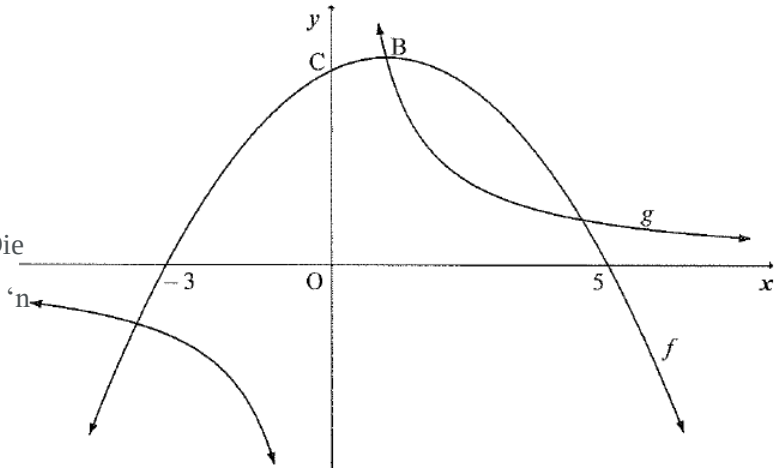


SESSIE 10: FUNCTIONS – INSPECTION 2

11.

Die grafiek van $f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 8$ en $g(x) = \frac{d}{x}$ is geskets.

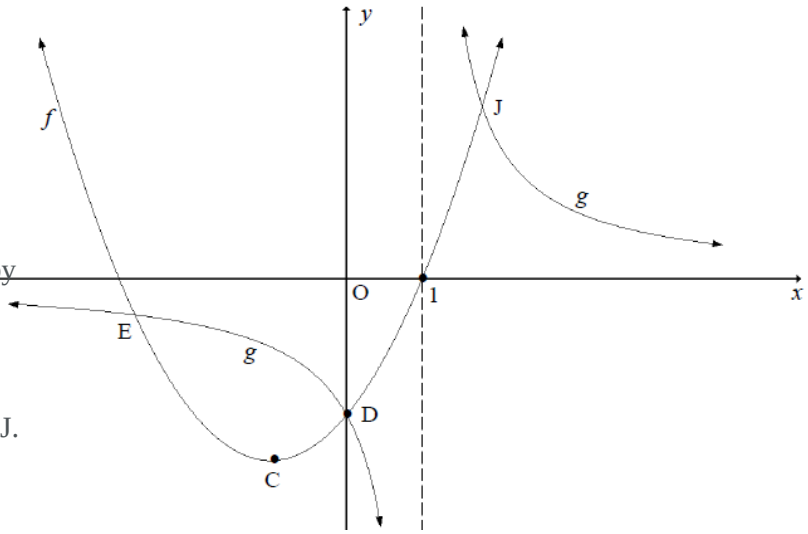
'n Snypunt van f en g is B, die draaipunt van f. Die grafiek f het x- afsnitte by (-3 ; 0) en (5 ; 0) en 'n y-afsnit by C .



12.

Die grafieke van $f(x) = x^2 + bx - 3$ en $g(x) = \frac{a}{x+p}$ is gegee.

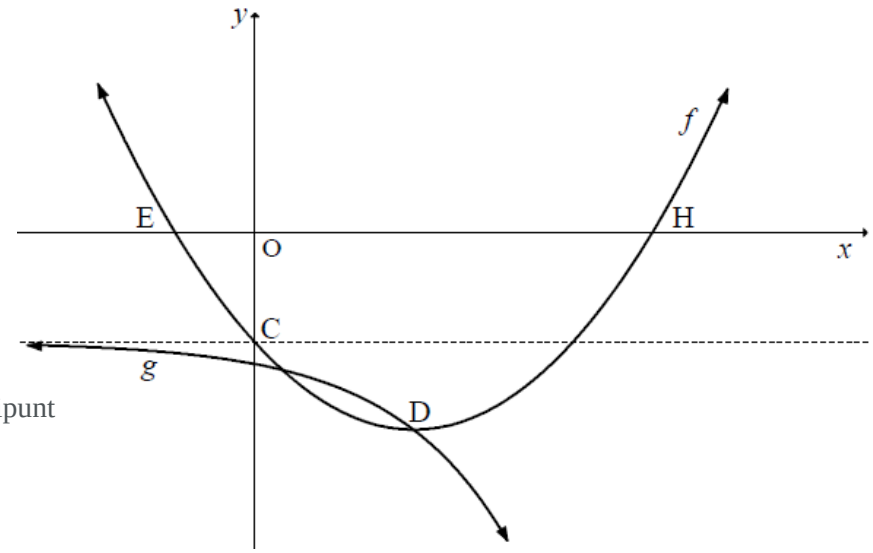
- f het 'n draaipunt by C en sny die x-as by $(1\,;0)$
- D is die y-afsnit van beide f en g. Die grafieke f en g sny mekaar ook by E en J.
- Die vertikale asimptoot van g gaan deur die x-afsnit van f.



12.

Die grafieke van $f(x) = x^2 - 4x - 5$ en $g(x) = a.2^x + q$ is geskets.

- E en H is die x-afsnitte van f.
- C is die y-afsnit van f en lê op die asimptoot van g .
- Die twee grafieke sny by D, die draaipunt van f.



SESSIE 10: DIE PARABOOL

Teken 'n parabool

Vergelykings in die DRAAIPUNTVORM: $y = (x + p)^2 + q$

VRAAG 1:

Gegee: $f(x) = (x + 1)^2 - 4$

1.1 Skryf die draaipunt van f neer.

1.2 Bepaal die x-afsnitte van f.

1.3 Bepaal die koördinate van die y-afsnit van f.

1.4 Teken die grafiek van f. Wys duidelik die draaipunt en afsnitte met die asse.

1.5 Gebruik jou grafiek en beantwoord die volgende vrae:

1.5.1 Gee die waardeversameling vanf f.

1.5.2 Vir watter waardes van x sal:

(a) $f(x) > 0$

(a) $f'(x) > 0$

1.5.3 Bepaal die vergelyking van h waar h die grafiek is nadat f, 1 eenheid na regs geskuif word.

1.5.4 Skryf die draaipunt van g neer as g 'n refleksie van f in die x-as is.

SESSIE 10: DIE PARABOOL

Teken ‘n parabool.

Vergelykings in STANDARDVORM: $y = ax^2 + bx + c$

VRAAG 2:

Gegee: $f(x) = -2x^2 + 8x + 10$

2.1 Bepaal die koördinate van die draaipunt van f.

2.2 Bepaal die x-afsnitte van f.

2.3 Skryf die koördinate van die y-afsnit van f neer.

2.4 Teken die grafiek van f. Wysduidelik die draaipunt en afsnitte met die asse.

2.5 Gebruik jou grafiek en beantwoord die volgende sketse:

2.5.1 Gee die waardeversameling van $f(x) - 3$.

2.5.2 Vir watter waardes van x sal

(a) $f(x) \leq 0$

(a) $f'(x) < 0$

2.5.3 Bepaal die vergelyking van die simmetrie-as van $f(x - 1)$.

2.5.4 Het die grafiek van $-f(x)$ ‘n maksimum of minimum waarde? Gee hierdie waarde.

SESSIE 10: DIE PARABOOL

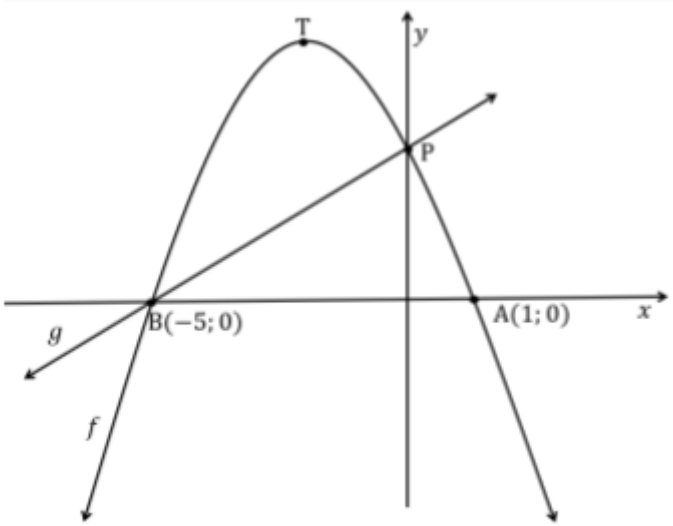
Bepaal die vergelyking van 'n Parabool.

x–AFSNITTE GEGEE $y = a(x - r_1)(x + r_2)$

VRAAG 3:

Die grafiek van $f(x) = ax^2 + bx + c$ en $k(x) = 2x + 10$ is hieronder geskets.

- Die parabool sny die x-as by A en B, en die y-as by P.
- B en P is ook die afsnitte van k.
- T is die draaipunt van f.



3.1 Skryf neer:

3.1.1 die koördinate van P.

3.1.2 die vergelyking van die simmetrie-as.

3.2 Bepaal die numeriese waardes van a, b en c.

3.3 Vir watter waardes van x sal,

3.3.1 $f(x) \leq 0$

3.3.2 $f'(x) = 0$

3.4 Gee die waardeversameling van f.

3.5 Bepaal die waardes van k waarvoor $f(x) = k$ geen reële wortels sal hê.

SESSIE 10: DIE PARABOOL

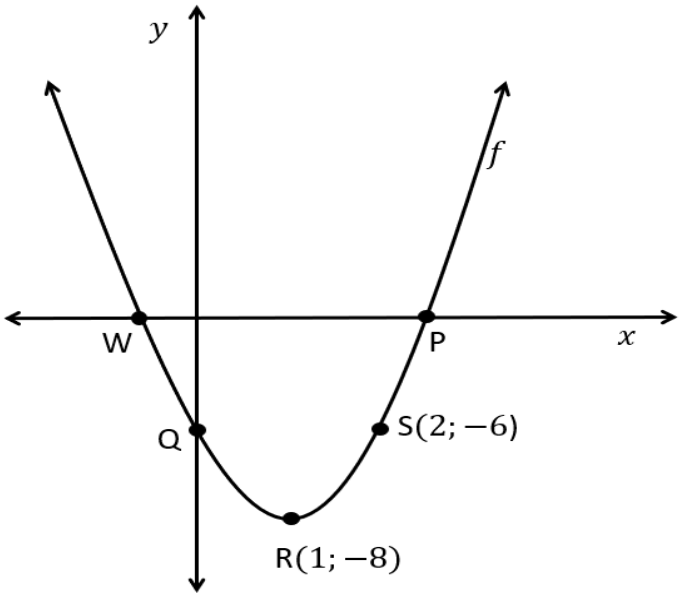
Bepaal die vergelyking parabool.

DRAAIPUNT GEGEE: $y = a(x + p)^2 + q$

VRAAG 4:

Die grafiek van $f(x) = ax^2 + bx + c$ is hieronder geteken. W, P en Q is die afsnitte van f.

R$(1\ ;\ -8)$ is die draaipunt van f. S$(2\ ;\ -6)$ is 'n punt op f.



4.1 Skryf die koördinate van Q neer as Q die refleksie van S in die simmetrie-as is.

4.2 Skryf die waardeversameling van $f(x) + 8$ neer.

4.3 Bepaal die numeriese waardes van a, b en c .

4.4 Bepaal die lengte van WP.

4.5 Vir watter waardes van x sal

4.5.1 $f(x) \leq 0$

4.5.2 $f'(x) > 0$

4.6 Skryf die vergelyking van die simmetrie-as van $f(x + 3)$ neer.

4.7 Bepaal die koördinate van die draaipunt van $f(-x)$.

4.8 Bepaal die waardes van k waarvoor $f(x) = k$ twee ongelyke, positiewe wortels het.

SESSIE 10: DIE HIPERBOOL

Teken 'n hiperbool. $y = \frac{k}{x+p} + q$

VRAAG 5:

Gegee: $f(x) = \frac{6}{x-3} + 4$

5.1 Skryf neer:

5.1.1 die vergelyking van die horisontale asimptote van *f*.

5.1.2 die vergelyking van die vertikale asimptote van *f*.

5.1.3 die definisieversameling van *f*.

5.2 Bepaal:

5.2.1 die x-afsnit van *f*.

5.2.2 die koördinate van die y-afsnit van *f*..

5.3 Teken die grafiek van *f*. Wys duidelik ALLE asymptote en afsnitte met die asse.

5.4 Gebruik jou grafiek om die volgende vrae te beantwoord:

5.4.1 Skryf die waardeversameling van f neer.

5.4.2 Vir watter waardes van x sal

(a) $f(x) \geq 0$

(a) $f(x) < 0$

(a) $f'(x) < 0$

5.5 Bepaal die vergelyking van h waar h die grafiek is nadat f 1 eenheid na regs geskuif het.

5.6 Bepaal die vergelyking(s) van die simmetrie-asse van f.

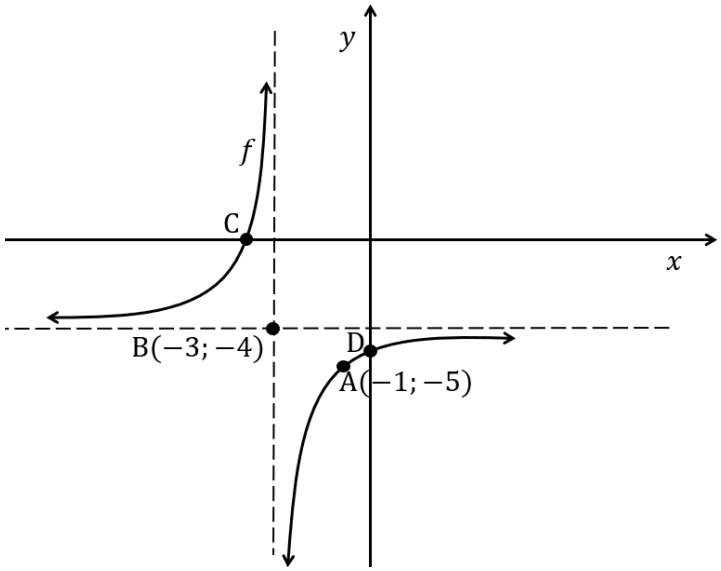
SESSIE 10: DIE HIPERBOOL

Bepaal die vergelyking van die Hiperbool. $y = \frac{k}{x+p} + q$

VRAAG 6:

In die diagram is die grafiek van: $f(x) = \frac{k}{x+p} + q$. C en D is die afsnitte van f.

Die asimptote van$f$ sny by B$(-3;-4)$. A $(-1;-5)$ is ‘n punt op *f*.



6.1 Skryf neer:

6.1.1 die vergelykings van die asimptote van *f*.

6.1.2 die waardeversameling van *f*.

6.1.3 the definisieversameling van $f(x+3)$.

6.2 Bepaal:

6.2.1 die numeriese waardes van k, p en q.

6.2.2 die koördinate van die$y$-afsnit van *f*.

6.2.3 die koördinate van die x-afsnit van *f*.

6.2.4 die vergelyking van die simmetrie-as van f wat ‘n negatiewe gradiënt het.

6.3 Vir watter waardes van$x$ sal:

6.3.1 $f(x) \geq 0$

6.3.2 $f(x) < 0$

6.4 Is die grafiek stygend of dalend?

SESSIE 10: DIE EKSPONENSIËLE GRAFIEK

Teken ‘n Eksponensiële Grafiek.

$$y = a.b^{x+p} + q$$

VRAAG 7:

Gegee: $f(x) = 2^{-x} - 4$

7.1 Skryf die vergelyking van die asimptote van f neer.

7.2 Bepaal:

7.2.1 die x-afsnit van f.

7.2.2 die koördinate van die y-afsnit van f.

7.3 Teken die grafiek van f. Wysduidelik AL die asymptote en afsnitte met die asse.

7.4 Gebruik jou skets en beantwoord die volgende vrae:

7.4.1 Skryf die waardeversameling van f neer.

7.4.2 Vir watter waardes van x sal

(a) $f(x) \geq 0$

(a) $f(x) < 0$

7.5 Bepaal die vergelyking van h waar h die grafiek is nadat f 2 eenhede na regs en 1 eenheid op geskuif is.

7.6 Is die grafiek stygend of dalend?

SESSIE 10: DIE EKSPONENSIËLE GRAFIEK

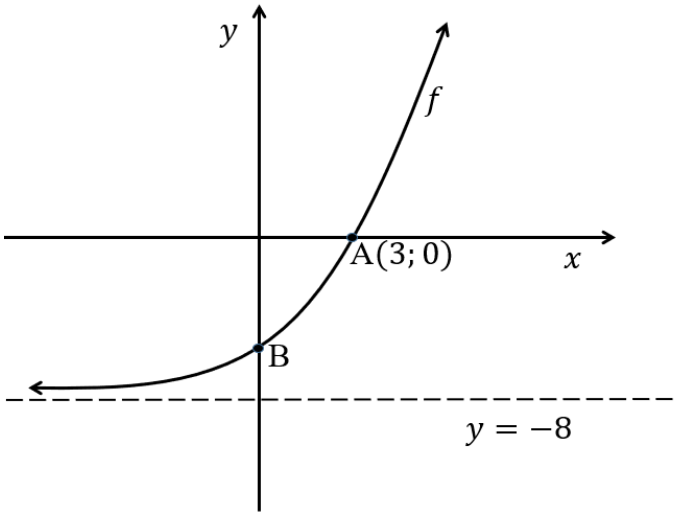
Bepaal die vergelyking van 'n Eksponensiële Grafiek.

$$y = a.b^{x+p} + q$$

VRAAG 8:

In die diagram is die grafiek van: $f(x) = 2^{x+p} + q$. A (3; 0) en B is die afsnitte van f.

Die asimptote van f is by $y = -8$.



8.1 Skryf neer:

8.1.1 die waardeversameling van f.

8.1.2 die waardeversameling van $f(x) + 3$

8.2 Bepaal:

8.2.1 die numeriese waardes van p and q.

8.2.2 die koördinate van B, die y-afsnit van f.

8.3 Vir watter waardes van x sal:

8.3.1 $f(x) \geq 0$

8.3.2 $f(x) < 0$

8.4 Is die grafiek stygend of dalend?

8.5 Beskryf die transformasie van f na $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$