Vertroulik

basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

TEGNIESE WISKUNDE V2

NOVEMBER 2025

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 17 bladsye, 'n 2 bladsy-inligtingsblad en 'n 30 bladsy- SPESIALE ANTWOORDEBOEK.

Kopiereg voorbehou

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens., wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.

4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.

5. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.

6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

7. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

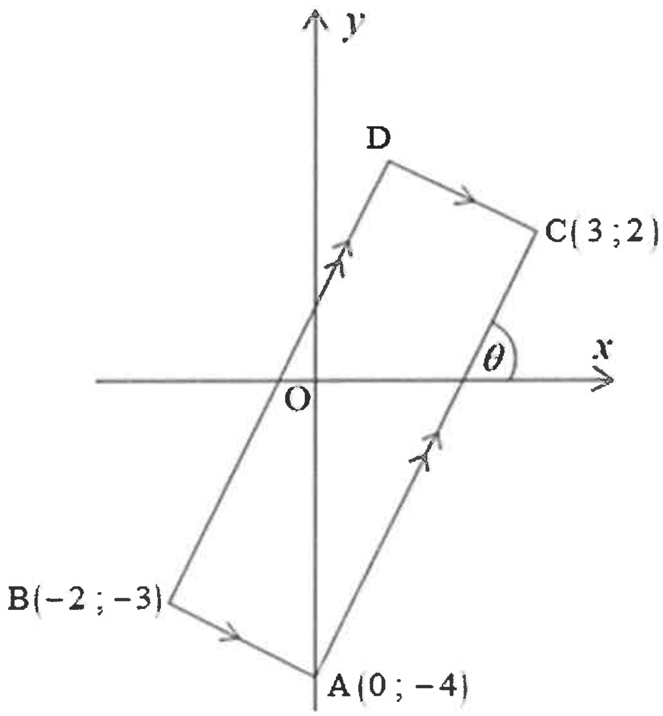
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

Die diagram hieronder toon parallelogram ABDC met hoekpunte $A(0\,;-4)$, $B(-2\,;-3)$, D en $C(3\,;2)$.
$AB \parallel CD$ en $AC \parallel BD$.
Die inklinasiehoek van AC met die positiewe x-as is θ.

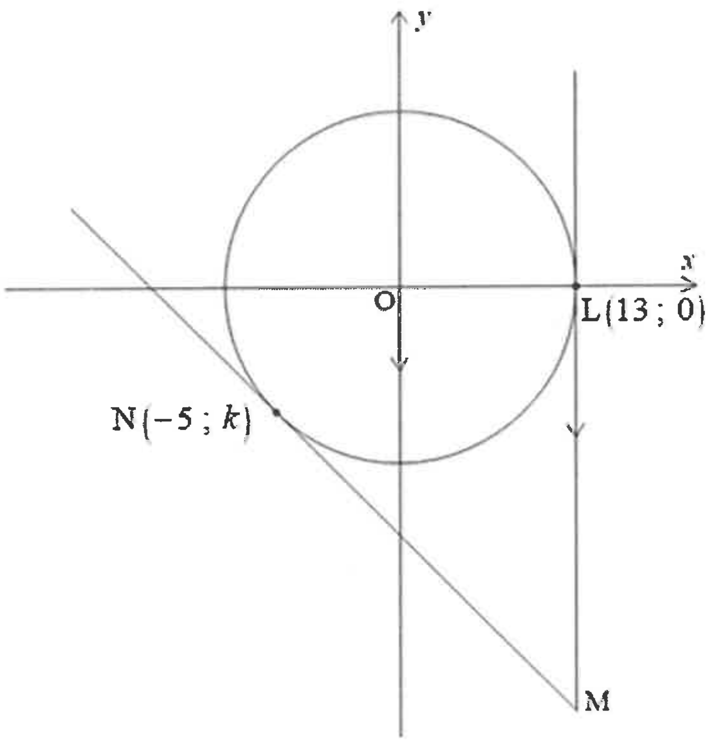


1.1	Skryf die lengte van OA neer.	(1)
1.2	Bepaal die middelpunt van AB.	(2)
1.3	Bepaal die gradiënt van AC.	(2)
1.4	Bepaal vervolgens die grootte van hoek θ.	(2)
1.5	Voltooi die volgende bewering:	
	As twee lyne ewewydig is, dan is hulle gradiënte …	(1)
1.6	Bepaal vervolgens die vergelyking van BD in die vorm $y = ...$	(3)
1.7	Bepaal die gradiënt van 'n lyn wat deur punt B gaan en 'n inklinasie van α het waar $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	(3)

[14]

VRAAG 2

2.1 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel wat deur punte $L(13\,;0)$ en $N(-5\,;k)$ gaan.
Raaklyne MN en ML raak aan die sirkel by punte N en L onderskeidelik.
ML || y-as.



2.1.1 Bepaal die vergelyking van die sirkel. (2)

2.1.2 Bepaal die numeriese waarde van k. (2)

2.1.3 Bepaal vervolgens die koördinate van punt M, die snypunt van die twee raaklyne. (5)

2.2 Skets die grafiek gedefinieer deur: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$ (3)

[12]

VRAAG 3

3.1 Gegee: $\hat{A} = 72°$ en $\hat{B} = 30,5°$

Bepaal die numeriese waarde van $\sqrt{\sin B + \sec A}$ (3)

3.2 Gegee: $\sin\theta = -\dfrac{5}{13}$ en $\tan\theta < 0$

Bepaal, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, die numeriese waarde van die volgende:

3.2.1 $\cos\theta$ (3)

3.2.2 $\cot\theta - \text{cosec}\,\theta$ (3)

3.3 Los op vir x: $\cot x = -0,587$ vir $x \in [0°;360°]$ (4)

[13]

VRAAG 4

4.1 Gegee die uitdrukking:

$$\frac{\sin(180° + x)\cdot\sin(360° - x) + \cos(2\pi - x)\cdot\cos x}{\sin x} + \frac{1}{\tan(180° + x)}$$

4.1.1 Voltooi die reduksie: $\tan(180° + x) = \ldots$ (1)

4.1.2 Voltooi die kwosiënt-identiteit in terme van sinus en cosinus:

$\cot x = \dfrac{\cdots}{\cdots}$ (1)

4.1.3 Skryf enige TWEE waardes van x neer waarvoor die uitdrukking ongedefinieerd sal wees indien $x \in [0°;360°]$ (2)

4.1.4 Vereenvoudig vervolgens die uitdrukking volledig. (5)

4.2 Gegee: $\dfrac{\sin\theta - \cos\theta\cdot\sin\theta}{\cos\theta - (1 - \sin^2\theta)} = \tan\theta$

4.2.1 Faktoriseer die uitdrukking: $\sin\theta - \cos\theta\cdot\sin\theta$ (1)

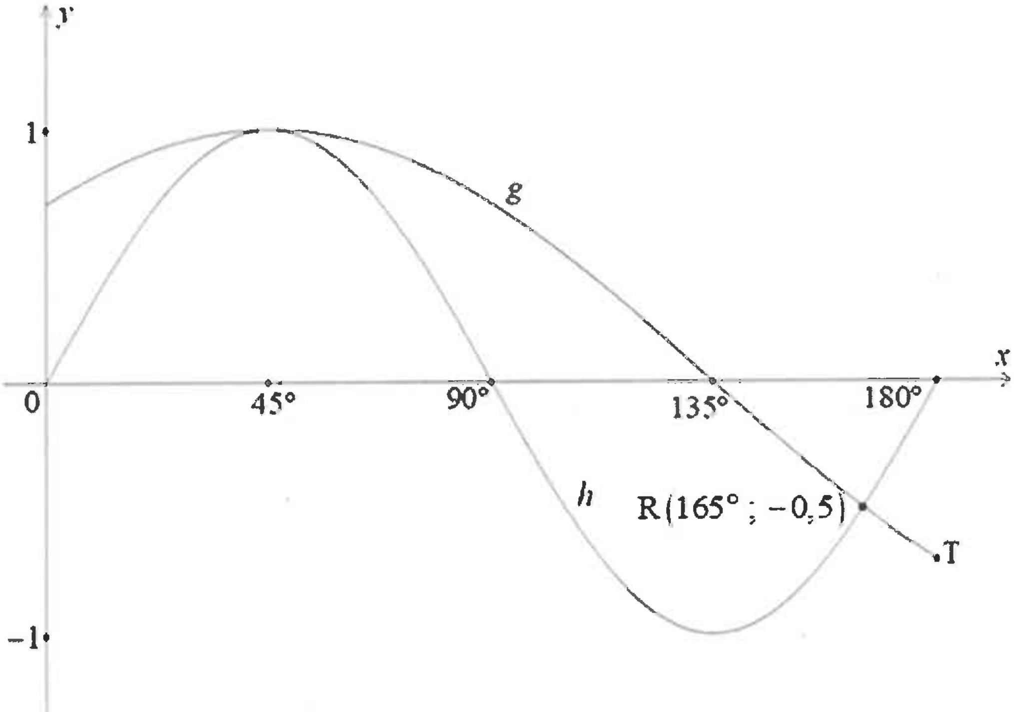
4.2.2 Toon vervolgens dat $\dfrac{\sin\theta - \cos\theta\cdot\sin\theta}{\cos\theta - (1 - \sin^2\theta)} = \tan\theta$ (3)

[13]

VRAAG 5

Die grafiek hieronder verteenwoordig die funksies gedefinieer deur $g(x) = \cos(x - p)$ en $h(x) = \sin mx$ vir $0° \leq x \leq 180°$

$R(165° ; -0{,}5)$ is 'n snypunt van g en h.



5.1 Bepaal die waardes van p en m. (2)

5.2 Skryf die periode van h neer. (1)

5.3 Skryf die maksimum waarde van g neer. (1)

5.4 Gebruik die grafiek hierbo en skryf die waardes van x neer waarvoor:

5.4.1 $g(x) < h(x)$ (2)

5.4.2 $g(x) \cdot h(x) \geq 0$ (4)

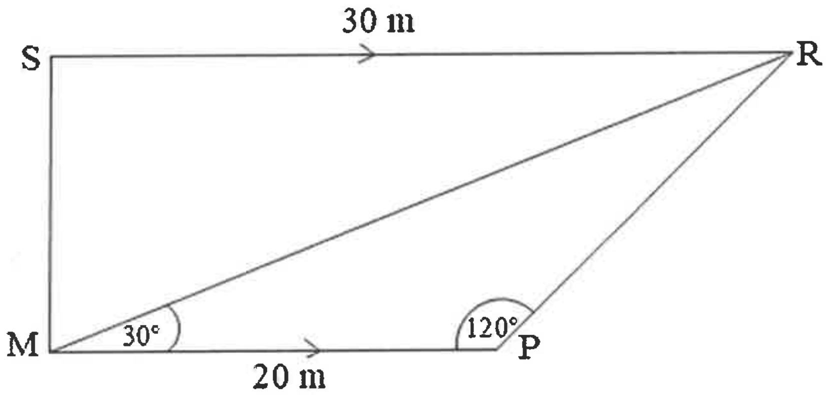
5.5 Indien die grafiek van h 1 eenheid afwaarts geskuif word, skryf die nuwe vergelyking van h neer. (1)

[11]

VRAAG 6

In die diagram hieronder is SRPM 'n trapesium met PM = 20 m, SR = 30 m, $\hat{P} = 120°$ en $R\hat{M}P = 30°$.

SR || MP



6.1 Skryf die grootte van $M\hat{R}P$ neer. (1)

6.2 Watter tipe driehoek is ΔMRP? (1)

6.3 Bepaal die lengte van MR. (Laat jou antwoord in vereenvoudigde wortelvorm.) (3)

6.4 Skryf die grootte van $M\hat{R}S$ neer. Gee 'n rede vir jou antwoord. (2)

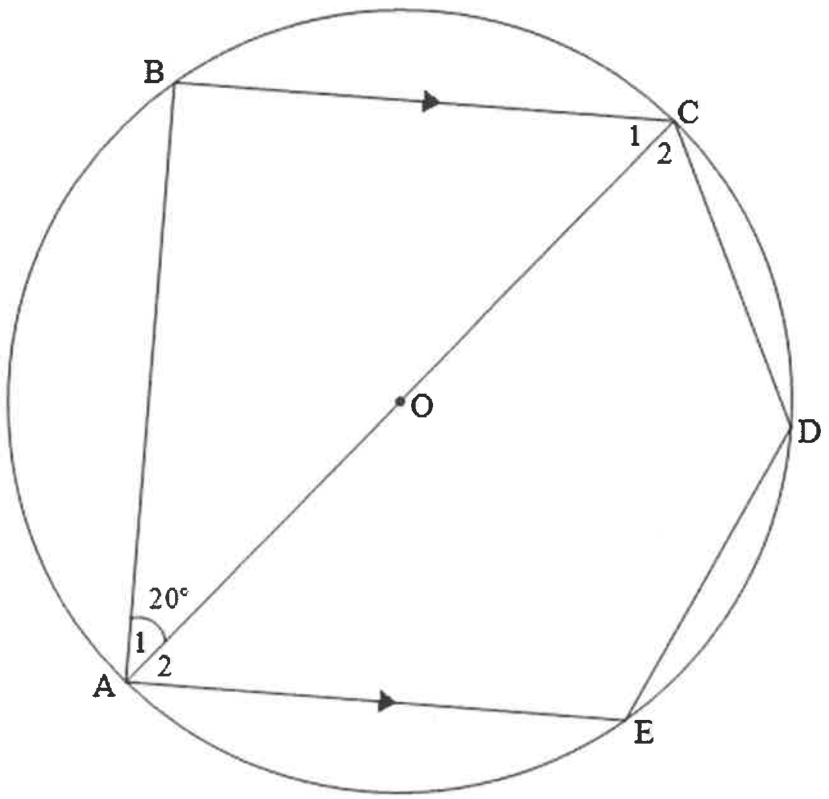
6.5 Bepaal vervolgens of ΔMRS 'n reghoekige driehoek is. (5)

[12]

Gee redes vir jou bewerings in VRAAG 7, 8 en 9.

VRAAG 7

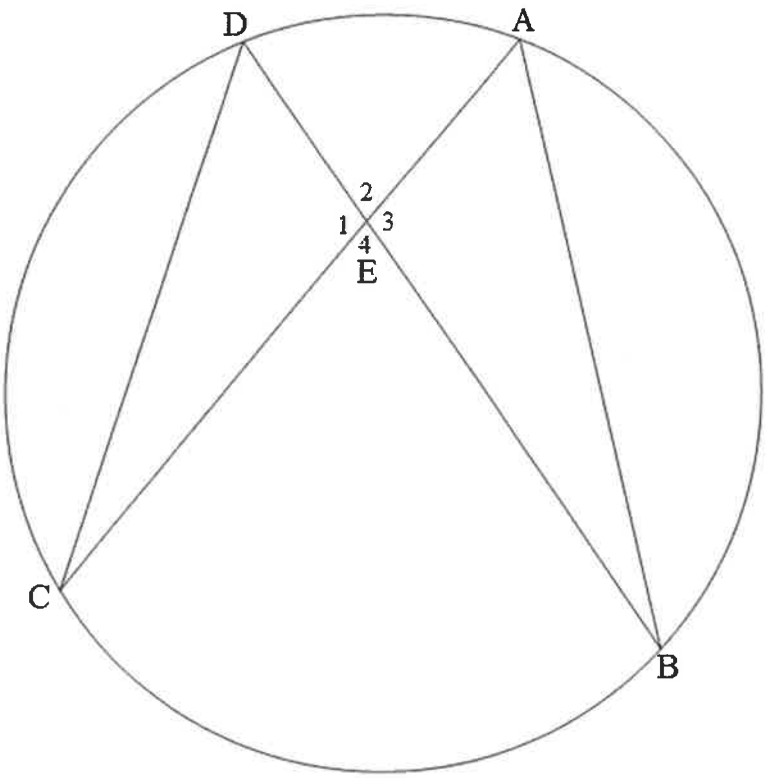
7.1 'n Sirkel met middelpunt O is hieronder geteken.
A, B, C, D en E is op die sirkel.
CA is 'n middellyn.
AB, CD en DE word getrek.
BC || AE
$\hat{A}_1 = 20°$



7.1.1 Gee 'n rede waarom $\hat{B} = 90°$. (1)

7.1.2 Bepaal, met redes, die grootte van $\hat{D}$. (3)

7.2 In die diagram hieronder is A, B, C en D vier punte op die omtrek van die sirkel.
Koorde BD en AC sny by punt E.
Koorde DC en AB word getrek.



7.2.1 Voltooi die bewering van die volgende stelling:

Hoeke onderspan deur 'n koord van 'n sirkel, aan dieselfde kant van die koord, is … (1)

7.2.2 Skryf redes vir die bewerings hieronder:

BEWERING	REDE
(a) $C\hat{D}B = C\hat{A}B$	…
(b) $\hat{E}_1 = \hat{E}_3$	…
(c) $\Delta DEC \,\|\|\|\, \Delta AEB$	…

(1)

(1)

(1)

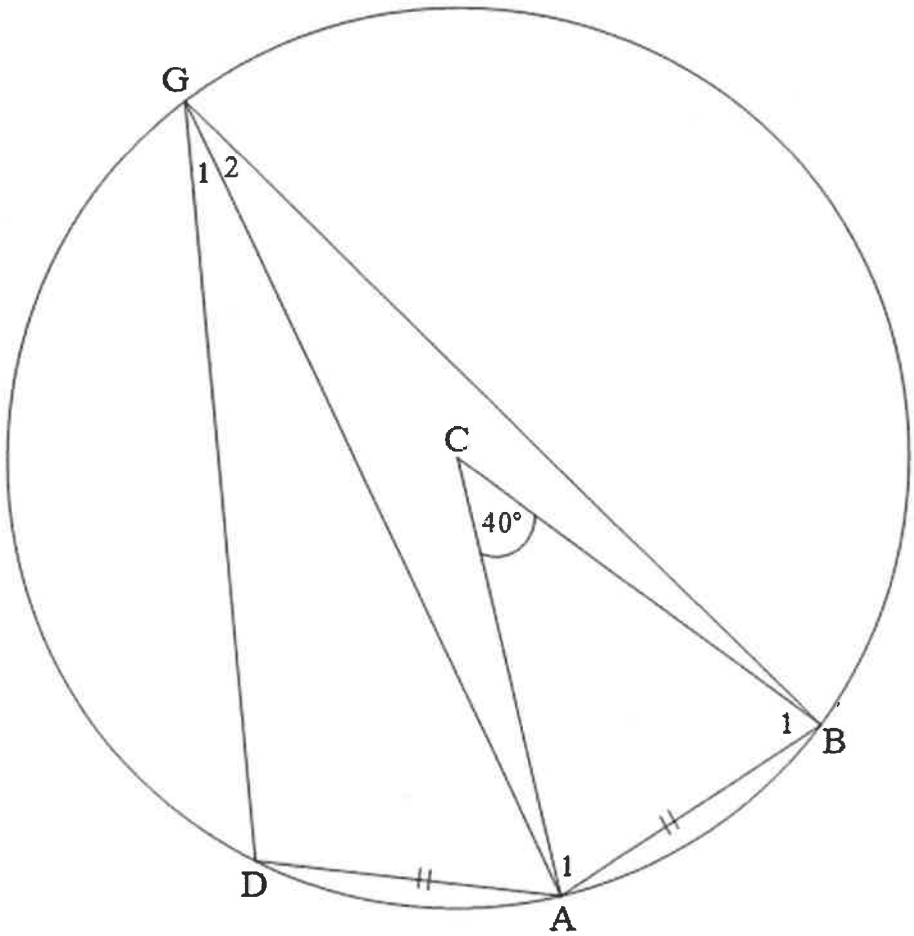
[8]

VRAAG 8

8.1 In die diagram hieronder is G, B, A en D punte op 'n sirkel met middelpunt C. GD, GA en GB word getrek.

$AB = AD$

$A\hat{C}B = 40°$



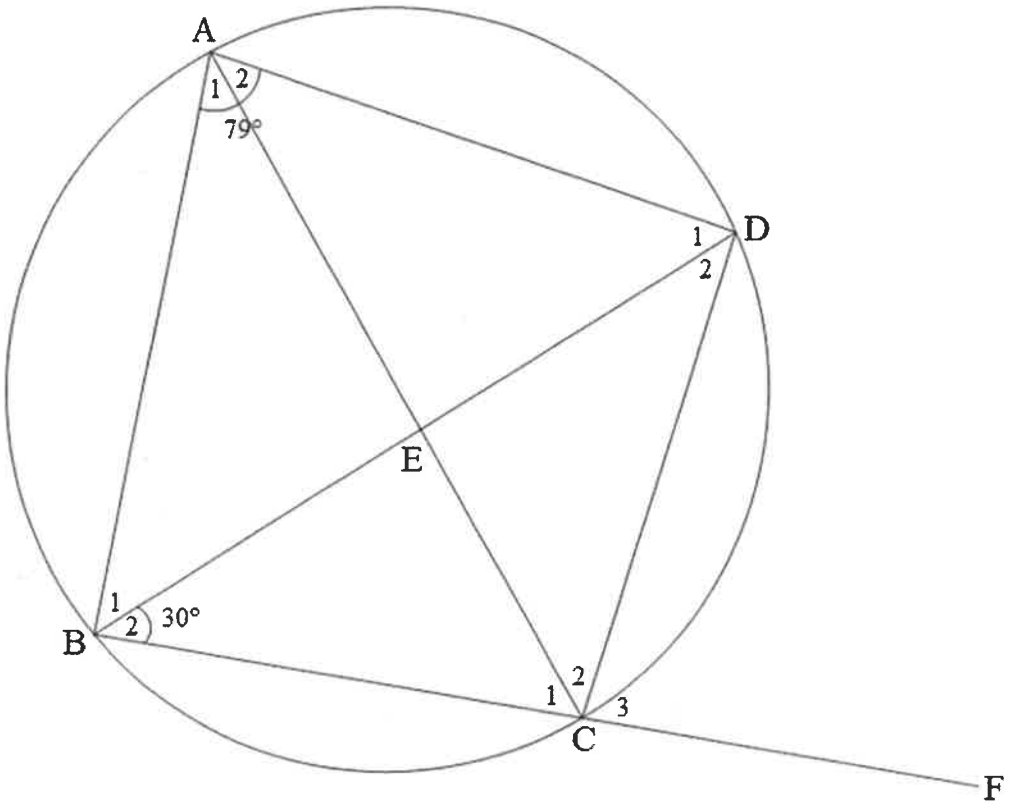
8.1.1	Skryf TWEE hoeke neer wat gelyk sal wees indien $AB = AD$.	(1)
8.1.2	Bepaal, met 'n rede, die grootte van $\hat{G}_2$.	(2)
8.1.3	Gee 'n rede waarom $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$.	(1)
8.1.4	Bepaal, met 'n rede, die grootte van $\hat{A}_1$.	(2)
8.1.5	Bepaal, met 'n rede, die grootte van $D\hat{A}C$.	(3)

8.2 Voltooi die bewering van die volgende stelling deur die ontbrekende inligting in te vul:

Die (8.2.1) … hoek van 'n koordevierhoek is gelyk aan die teenoorstaande (8.2.2) … hoek. (2)

8.3 In die diagram hieronder lê A, B, C en D op die omtrek van die sirkel.
E is die snypunt van koorde BD en AC.
Koord BC word verleng na F.

$B\hat{A}D = 79°$ en $\hat{B}_2 = 30°$



8.3.1 Bepaal, met redes, die grootte van die volgende hoeke:

(a) $\hat{C}_3$ (2)

(b) $\hat{D}_2$ (2)

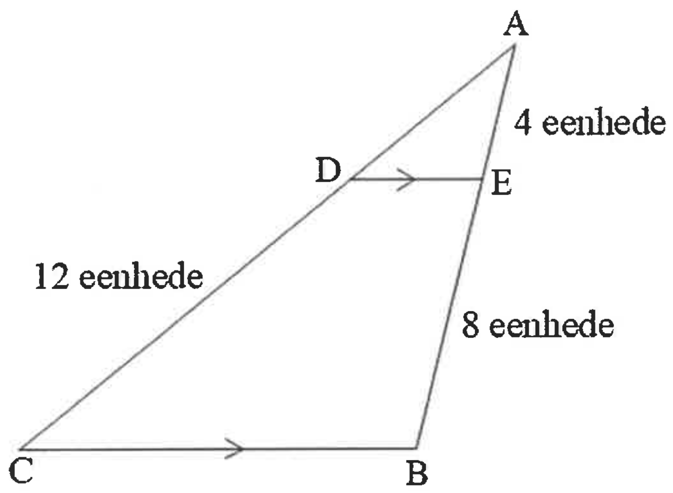
(c) $\hat{D}_1$ as dit gegee word dat AB || CD (3)

8.3.2 Toon dat CE = DE (4)
[22]

VRAAG 9

9.1 ΔABC met $BC \parallel DE$ is hieronder geteken.

AE = 4 eenhede
BE = 8 eenhede
CD = 12 eenhede



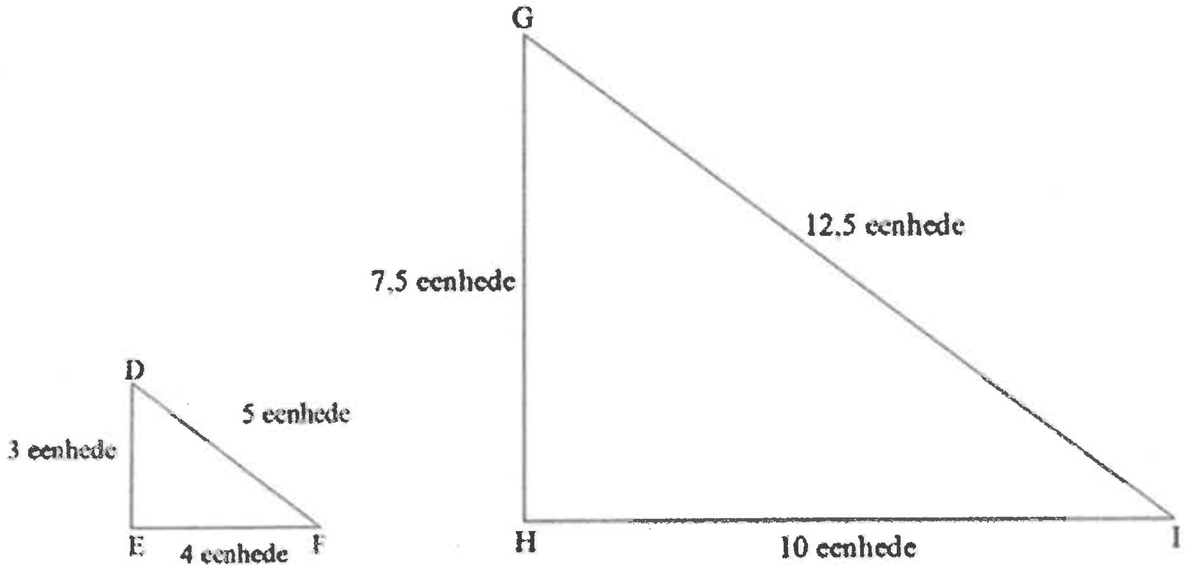
9.1.1 Voltooi die volgende bewering en rede:

BEWERING	REDE
$\dfrac{AD}{CD} = \dfrac{AE}{...}$	Eweredigheidst.; ... || ...

(2)

9.1.2 Bepaal vervolgens, of andersins, die lengte van AD. (2)

9.2 Gegee: ΔDEF met $EF = 4$ eenhede, $DE = 3$ eenhede en $DF = 5$ eenhede,
ΔGHI met $HI = 10$ eenhede, $GH = 7,5$ eenhede en $GI = 12,5$ eenhede



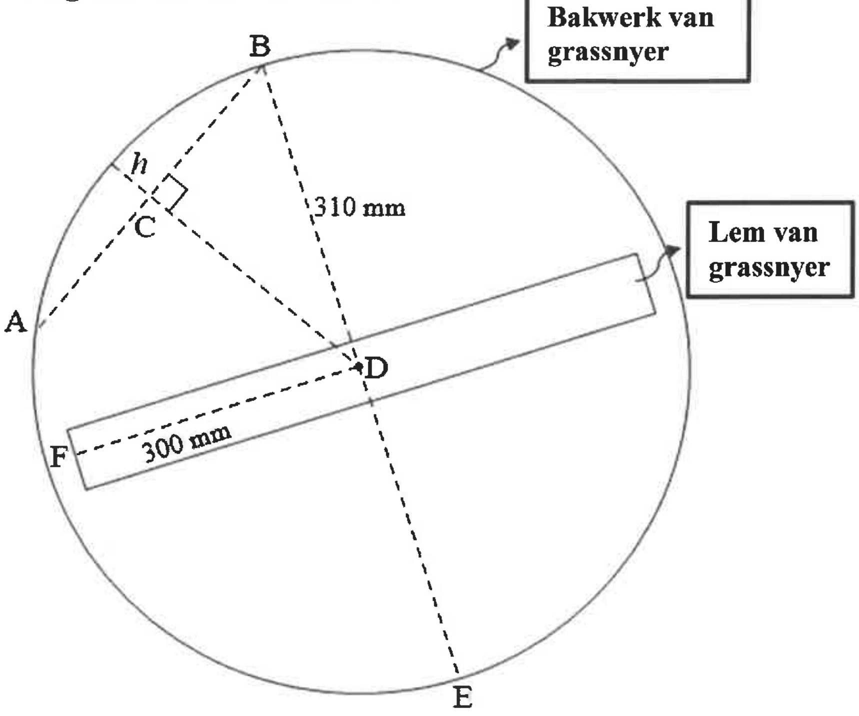
Bewys dat $\Delta DEF ||| \Delta GHI$. (4)

[8]

VRAAG 10

10.1 Die diagram hieronder beeld die roterende lem van 'n grassnyer uit, soos in die prent langsaan getoon.

- Die sirkelvormige bakwerk van die grassnyer het 'n radius BD = 310 mm.
- Die lengte van die roterende lem vanaf die middelpunt van die sirkelvormige bakwerk, D, tot by sy rand, F, is 300 mm.
- Die lem roteer teen 'n hoeksnelheid van 377 radiale per sekonde.

Prent van die roterende lem	**Diagram van die roterende lem**
	

Bepaal:

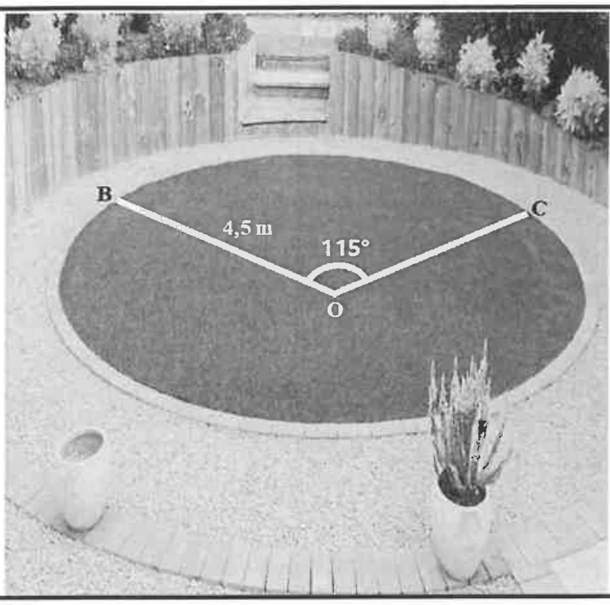
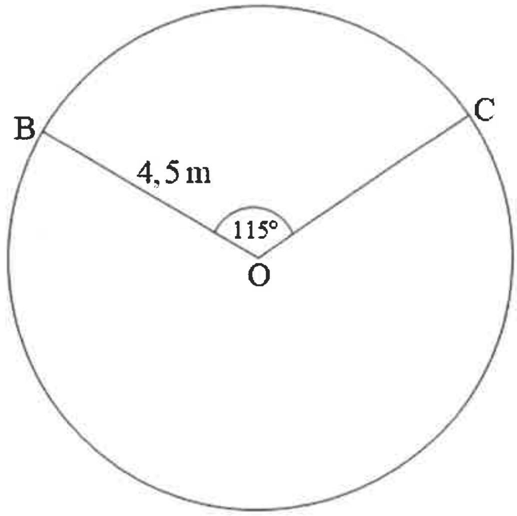
10.1.1 Die rotasiefrekwensie van die lem, in revolusies per sekonde (3)

10.1.2 Die omtreksnelheid van die roterende lem in millimeter per sekonde (3)

10.1.3 Die hoogte *(h)* van die klein segment van koord AB indien CD $\perp$ AB en AB = 130 mm (5)

10.2 Die prent en die diagram hieronder toon 'n sektor in 'n sirkelvormige tuin met 'n radius van 4,5 m.

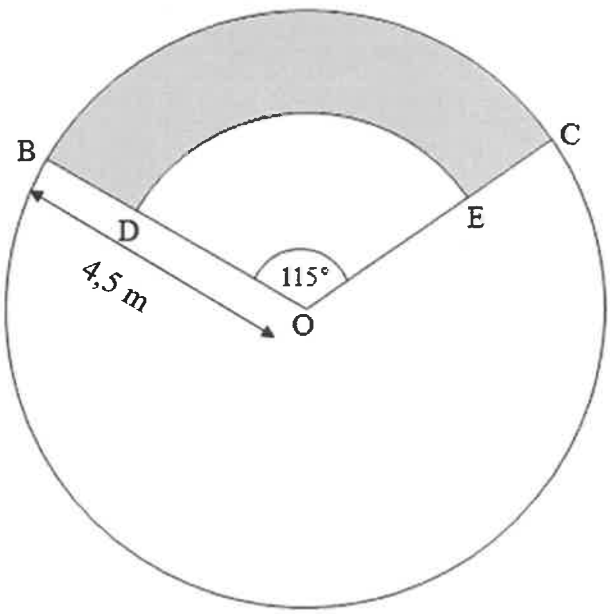
Die grootte van die stomphoek $B\hat{O}C = 115°$

PRENT	DIAGRAM
	

10.2.1 Herlei $115°$ na radiale. (1)

10.2.2 Bepaal die oppervlakte van klein sektor BOC. (3)

10.2.3 Die tuinier moet saailinge plant in die geskakeerde oppervlakte, BDEC, soos in die diagram hieronder aangedui.
Die verhouding van $BD : DO = 2 : 3$.



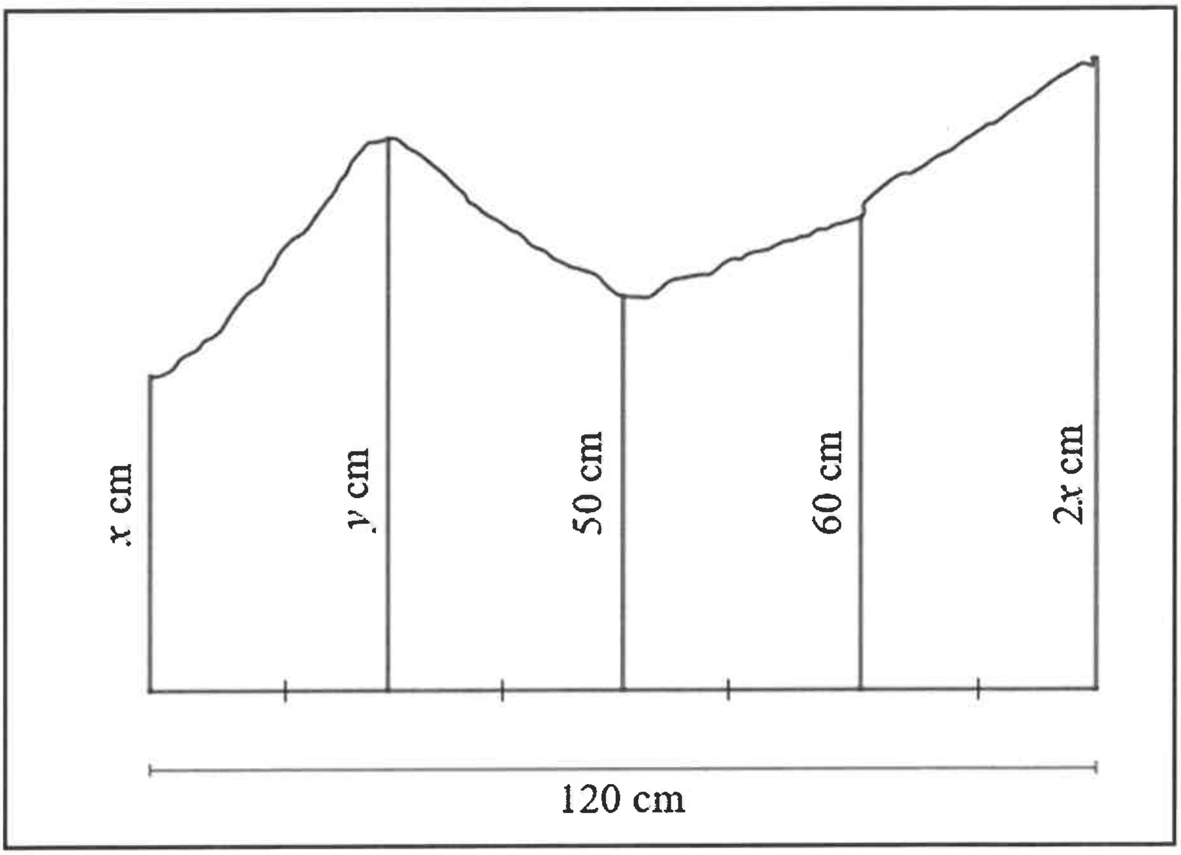
Bepaal die aantal saailinge wat in die geskakeerde oppervlakte geplant moet word indien 4 saailinge per vierkante meter geplant word. (5)

[20]

VRAAG 11

11.1 Die diagram hieronder toon 'n onreëlmatige vorm met een reguit sy met lengte 120 cm, wat in 4 gelyke dele verdeel is.

- Die ordinate wat hierdie dele verdeel, is x cm, y cm, 50 cm, 60 cm en $2x$ cm onderskeidelik.



11.1.1 Skryf die lengte van elke gelyke deel neer. (1)

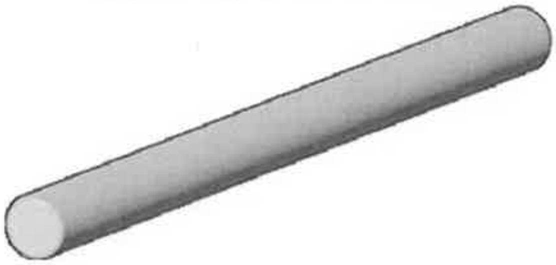
11.1.2 Skryf die waarde van y, die 2^{de} ordinaat, neer as dit 20 cm langer as die middelordinaat is. (1)

11.1.3 Gebruik die middelordinaatreël om die waarde van x te bepaal indien die oppervlakte van die onreëlmatige vorm 7 200 cm^2 is. (4)

11.2 'n Maatskappy smelt silindriese staalstawe om soliede staalkoeëllaers te vervaardig, soos in die prent hieronder getoon. Die diagram onder elke prent gee die afmetings van elke vorm.

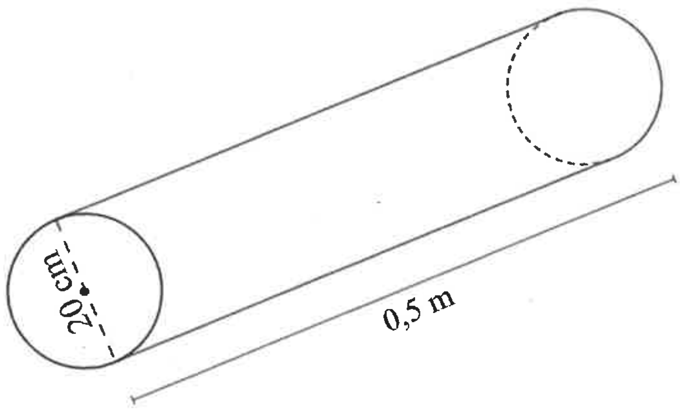
- Die silindriese staalstaaf het 'n middellyn van 20 cm en 'n hoogte van 0,5 m.
- Die staalkoeëllaer het 'n middellyn van 40 mm.

Soliede silindriese staalstaaf

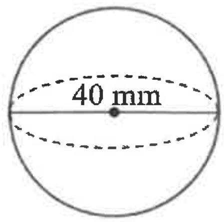


Soliede staalkoeëllaer

Afmetings van soliede silindriese staalstaaf



Afmetings van staalkoeëllaer



Die volgende formules kan gebruik word:

Totale buite-oppervlakte van silinder $= 2\pi r^2 + 2\pi rh$ **Volume van silinder** $= \pi r^2 h$

Totale buite-oppervlakte van sfeer $= 4\pi r^2$ **Volume van sfeer** $= \frac{4}{3}\pi r^3$

11.2.1 Herlei 0,5 m na sentimeter. (1)

11.2.2 Bereken die lengte van die radius van die staalkoeëllaer in sentimeter. (2)

11.2.3 Bepaal die totale buite-oppervlakte van die silindriese staalstaaf in cm^2. (2)

11.2.4 Bepaal of daar meer as 400 staalkoeëllaers vervaardig kan word uit een gesmelte silindriese staaf indien daar 'n verlies van 18% staal tydens die smeltproses is. (6)
[17]

TOTAAL: 150

Kopiereg voorbehou

INLIGTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x = -\frac{b}{2a} \qquad y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \quad a > 0,\ a \neq 1 \text{ en } b > 0$$

$$A = P(1 + ni) \qquad A = P(1 - ni) \qquad A = P(1 + i)^n \qquad A = P(1 - i)^n$$

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int k x^n \, dx = k \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \ , \ n \neq -1$$

$$\int \frac{k}{x} dx = k \cdot \ln x + C, \quad x > 0$$

$$\int k a^{nx} \, dx = k \cdot \frac{a^{nx}}{n \ln a} + C \ , \ a > 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad M\left(\frac{x_2 + x_1}{2} ; \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$$

$$y = mx + c \qquad y - y_1 = m(x - x_1) \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad \tan\theta = m$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

Oppervlakte van $\Delta ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \qquad 1 + \cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta$$

Kopiereg voorbehou

π rad $= 180°$

Hoeksnelheid $= \omega = 2\pi n$ waar n = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid $= v = \pi D n$ waar D = middellyn en n = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid $= v = \omega r$ waar ω = hoeksnelheid en r = radius

Booglengte $= s = r\theta$ waar r = radius en θ = sentrale hoek in radiale

Oppervlakte van 'n sektor $= \dfrac{rs}{2}$ waar r = radius, s = booglengte

Oppervlakte van 'n sektor $= \dfrac{r^2\theta}{2}$ waar r = radius en θ = sentrale hoek in radiale

$4h^2 - 4dh + x^2 = 0$ waar h = hoogte van segment, d = middellyn van sirkel en x = lengte van koord

$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n)$ waar a = wydte van gelyke dele, $m_1 = \dfrac{o_1 + o_2}{2}$

$o_n = n^{de}$ ordinaat en n = aantal ordinate

OF

$A_T = a\left(\dfrac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + ... + o_{n-1}\right)$ waar a = wydte van gelyke dele, $o_n = n^{de}$ ordinaat en n = aantal ordinate

Kopiereg voorbehou