higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

T1030**(A)**(J30)T

NASIONALE SERTIFIKAAT

WISKUNDE N5

(16030175)

30 Julie 2019 (X-Vraestel)
09:00–12:00

'n Wetenskaplike sakrekenaar mag gebruik word.

Hierdie vraestel bestaan uit 5 bladsye en 'n formuleblad van 5 bladsye.

DEPARTEMENT VAN HOËR ONDERWYS EN OPLEIDING
REPUBLIEK VAN SUID-AFRIKA
NASIONALE SERTIFIKAAT
WISKUNDE N5
TYD: 3 UUR
PUNTE: 100

INSTRUKSIES EN INLIGTING

1. Beantwoord AL die vrae.
2. Lees AL die vrae aandagtig deur.
3. Nommer die antwoorde volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
4. Toon ALLE tussenstappe en vereenvoudig waar moontlik.
5. ALLE finale antwoorde moet tot DRIE desimale plekke afgerond word.
6. Vrae kan in enige volgorde beantwoord word, maar onderafdelings van vrae mag nie geskei word nie.
7. Vrae moet in blou of swart ink beantwoord word.
8. Sketse moet groot, netjies en volledig benoem word.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Bepaal die volgende limiet:

1.1.1 $\lim_{x \to 0} \frac{arc\sin 4x}{arc\tan 5x}$ (3)

1.1.2 $\lim_{x \to 0} \sqrt{x} \ln x$ (4)

1.2 Bepaal die waarde(s) van x waarvoor $f(x)$ kontinu is as $f(x) = \sec x;\ x \in [0; 2\pi]$ (2)
[9]

VRAAG 2

2.1 Bepaal die afgeleide van $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ uit eerste beginsels. (5)

2.2 Bewys dat indien $y = \text{arc cosec}\, x$, dan is $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$ (3)

2.3 Bereken $\frac{dy}{dx}$ van die volgende deur gebruik te maak van die afgeleides van $\sin x$ en $\cos x$, asook die reëls van differensiasie:

$$y = \cot x$$ (3)

2.4 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ in elk van die volgende gevalle:
(Vereenvoudiging word NIE vereis nie.)

2.4.1 $y = \sqrt{3x + \sqrt{2x + \sqrt{x}}}$

2.4.2 $y = \left[\left(\frac{1}{x} + 1\right)^{-1} + 1\right]^{-1}$

(2 × 3) (6)

2.5 Bereken $\frac{dy}{dx}$ indien $y = (1 - 3x)^{\cos x}$ met behulp van logaritmiese differensiasie. (4)

2.6 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ van implisiete funksie $e^{2x+3y} = x^2 - \ln(xy^3)$. (4)
[25]

VRAAG 3

3.1 Gegee: $f(x) = 2x^3 - x^2 + 5$

3.1.1 Bepaal die koördinate van die draaipunte van $f(x)$ (2)

3.1.2 Teken 'n tabel van x en $f(x)$, waar x van $x = -2$ tot $x = 2$ strek. (2)

3.1.3 Teken 'n netjiese grafiek van $f(x)$ tussen die waardes wat in VRAAG 3.1.2 genoem word en wys die draaipunte op die grafiek. (2)

3.1.4 Gebruik die tabel wat in VRAAG 3.1.2 en die grafiek wat in VRAAG 3.1.3 genoem word om 'n waarde vir die beste wortel tussen $x = -2$ en $x = -1$ van die vergelyking $-x^3 - 5 = 0$ te skat, en gebruik daarna Taylor of Newton se metode om 'n beter approksimasie van hierdie wortel te bepaal. (Die wortel behoort tot DRIE desimale syfers korrek te wees.) (4)

3.2 Lug word teen 'n tempo van 5 cm^3/s in 'n sferiese ballon gepomp.

Bepaal die tempo waarteen die radius van die ballon vergroot wanneer die deursnee van die ballon 20 cm is.

WENK: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ (4)

[14]

VRAAG 4

4.1 Bepaal $\int y\,dx$ vir elk van die volgende:

4.1.1 $y = 4\left(\frac{1}{x} - e^{-x}\right)\cos(e^{-x} + \ln x)$ (3)

4.1.2 $y = \frac{1}{\sqrt{4 - 9x^2}}$ (3)

4.1.3 $y = \frac{x^3 + x}{x - 1}$ (5)

4.1.4 $y = \sin 10x \sin 7x$ (3)

4.1.5 $y = \frac{x}{\sec 3x}$ (4)

4.2 Bepaal $\int y\,dx$ deur die integraal in parsiële breuke te ontbind:

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$ (6)

[24]

VRAAG 5

5.1 Bepaal $\int_0^\infty e^{-st}.f(t)dt$ as $f(t) = -5$ (4)

5.2 Gegee: $x = \frac{y}{6}$; $y = 3x^2$

5.2.1 Bereken die koördinate van die snypunte. (2)

5.2.2 Teken 'n netjiese grafiek om die ingeslote oppervlakte, die verteenwoordigende strook en die snypunt te wys. (2)

5.2.3 Bereken die grootte van die oppervlakte wat in VRAAG 5.2.2 genoem word. (3)

5.2.4 Bereken die volume van die omwentelingsliggaam wat gevorm word wanneer die oppervlakte in VRAAG 5.2.2 om die x-as geroteer word. (4)

5.3 Bepaal uit die eerste beginsels die tweede oppervlaktemoment van 'n reghoekige plaatjie met betrekking tot 'n verwysingsas parallel met een kant van die plaatjie wat die plaatjie halveer. (4)

[19]

VRAAG 6

6.1 Bepaal die algemene oplossing van $(3y^2 + 2)\cos x dx - 6y \sin x dy$. (3)

6.2 Bepaal die partikuliere oplossing van $\frac{d^2y}{dx^2} = 3x^2 - 2x$ as $\frac{dy}{dx} = -1, x = 1$ en $y = 1$ (6)

[9]

TOTAAL: 100

WISKUNDE N5

FORMULEBLAD

Enige toepaslike formule mag ook gebruik word.

TRIGONOMETRIE

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$

$1 + \cot^2 x = \text{cosec}^2\, x$

$\sin 2A = 2\sin A \cos A$

$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$

$\tan 2A = \dfrac{2\tan A}{1 - \tan^2 A}$

$\sin^2 A = {}^1/_2 - {}^1/_2 \cos 2A$

$\cos^2 A = {}^1/_2 + {}^1/_2 \cos 2A$

$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \sin B \cos A$

$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \pm \sin A \sin B$

$\tan(A \pm B) = \dfrac{\tan A \pm \tan B}{1 \pm \tan A \tan B}$

$\sin A \cos B = {}^1/_2\,[\sin(A+B) + \sin(A-B)]$

$\cos A \sin B = {}^1/_2\,[\sin(A+B) - \sin(A-B)]$

$\cos A \cos B = {}^1/_2\,[\cos(A+B) + \cos(A-B)]$

$\sin A \sin B = {}^1/_2\,[\cos(A-B) - \cos(A+B)]$

$\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}; \sin x = \dfrac{1}{cosec\ x}; \cos x = \dfrac{1}{\sec x}$

BINOMIAALSTELLING

$$(x+h)^n = x^n + \mathrm{n}x^{n-1}\,h + \frac{n(n-1)}{2!}x^{n-2}\,h^2 + \cdots$$

DIFFERENSIASIE

$$e = -\frac{f(a)}{f'(a)}$$

$$r = a + e$$

PRODUKREËL

$$\mathrm{y} = \mathrm{u}(x)\,.\,v(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = u\,.\frac{dv}{dx} + v\,.\frac{du}{dx}$$

$$= u\,.\,v' + v\,.\,u'$$

KWOSIËNTREËL

$$y = \frac{u(x)}{v(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v\,.\,\frac{du}{dx} - u\,.\,\frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{v\,.\,u' - u\,.\,v'}{v^2}$$

KETTINGREËL

$$y = f\big(u(x)\big)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\,.\frac{du}{dx}$$

$f(x)$	$\frac{d}{dx}f(x)$	$\int f(x)dx$
ax^n	nax^{n-1}	$\frac{ax^{n+1}}{n+1}+c$
a	0	$ax+c$
e^x	e^x	e^x+c
a^x	$a^x.\ln a$	$\frac{a^x}{\ln a}+c$
$\log_e x$	$\frac{1}{x}$	—
$\log_a x$	$\frac{1}{x\ln a}$	—
$\sin x$	$\cos x$	$-\cos x+c$
$\cos x$	$-\sin x$	$\sin x+c$
$\tan x$	$\sec^2 x$	$\ln(\sec x)+c$
$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$	$\ln(\sin x)+c$
$\sec x$	$\sec x\,.\tan x$	$\ln[\sec x+\tan x]+c$
$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x\ .\cos x$	$\ln(\operatorname{cosec} x+\cot x)+c$
$\sin^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	—
$\cos^{-1} x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	—
$\tan^{-1} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	—
$\cot^{-1} x$	$\frac{-1}{1+x^2}$	—
$\sec^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	—
$\operatorname{cosec}^{-1} x$	$\frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$	—

$f(x)$	$\frac{d}{dx}f(x)$	$\int f(x)dx$
$\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	—	$\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$
$\frac{1}{a^2+x^2}$	—	$\frac{1}{a}\tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+ c$
$\frac{1}{x\sqrt{x^2+a^2}}$	—	$\frac{1}{a}\sec^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$
$\sqrt{a^2 - x^2}$	—	$\frac{a^2}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + \frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + c$
$\frac{1}{x^2-a^2}$	—	$\frac{1}{2a}ln\left(\frac{x-a}{x+a}\right) + c$
$\frac{1}{a^2-x^2}$	—	$\frac{1}{2a}ln\left(\frac{a+x}{a-x}\right) + c$

INTEGRASIE

$$\int f(x)\, g'(x)\, dx = f(x)\, g(x) - \int f'(x) g\,(x) dx$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = ln\, f(x) + c$$

$$\int [f(x)]^n\, f'(x) dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\frac{f(x)}{(ax+b)(cx+d)} = \frac{A}{ax+b} + \frac{B}{cx+d}$$

$$\frac{f(x)}{(x+a)^n} = \frac{A}{(x+a)} + \frac{B}{(x+a)^2} + \frac{C}{(x+a)^3} + \cdots \frac{Z}{(x+a)^n}$$

TOEPASSINGS VAN INTEGRASIEGEBIEDE

$$A_x = \int_a^b y dx\,;\; A_x = \int_a^b (y_1 - y_1) dx$$

$$A_x = \int_a^b x dy\,; A_{Y=} \int_a^b (x_1 - x_2) dy$$

VOLUMES

$V_x = \pi \int_a^b y^2 \, dx \; ; \; V_{X = \pi} \int_a^b (y_1^2 - y_2^2) dx$

$V_y = \pi \int_a^b x^2 \, dy \; ; \; V_{y = \pi} \int_a^b (x_1^2 - x_2^2) dy$

TWEEDE OPPERVLAKTEMOMENT

$I_x = \int_a^b r^2 \, dA \; ; \; I_{y=} \int_a^b r^2 \, dA$

TRAAGHEIDSMOMENT

$\text{Massa} = \text{digtheid} \times \text{volume}$

$\mathrm{M} = \rho \mathrm{V}$

$\text{DEFINISIE}: \mathrm{I} = \mathrm{m\,r}^2$

$\text{ALGEMEEN}: \mathrm{I} = \int_{\mathrm{a}}^{\mathrm{b}} \mathrm{r}^2 \mathrm{dm} = \rho \int_{\mathrm{a}}^{\mathrm{b}} \mathrm{r}^2 \mathrm{dV}$