higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

T1030**(A)**(A1)T

NASIONALE SERTIFIKAAT

WISKUNDE N5

(16030175)

1 April 2019 (X-Vraestel)
09:00–12:00

Kandidate mag wetenskaplike sakrekenaars gebruik.

Hierdie vraestel bestaan uit 6 bladsye en 'n formuleblad van 5 bladsye.

DEPARTEMENT VAN HOËR ONDERWYS EN OPLEIDING
REPUBLIEK VAN SUID-AFRIKA

NASIONALE SERTIFIKAAT
WISKUNDE N5
TYD: 3 UUR
PUNTE: 100

INSTRUKSIES EN INLIGTING

1. Beantwoord AL die vrae.
2. Lees AL die vrae aandagtig deur.
3. Nommer die antwoorde volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
4. Toon ALLE tussenstappe en vereenvoudig waar moontlik.
5. Rond ALLE antwoorde af tot DRIE desimale.
6. Vrae mag in enige volgorde beantwoord word, maar hou onderafdelings van vrae bymekaar.
7. Gebruik slegs BLOU of SWART ink.
8. Sketse moet groot, netjies en volledig benoem wees.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Bepaal die volgende limiete:

1.1.1 $\lim_{x \to 0} \frac{3^x - 2^x}{x^2 - x}$ (2)

1.1.2 $\lim_{x \to 0} \tan x \, In\, x$ (5)

1.2 Bepaal die waarde(s) van x waarvoor $f(x)$ diskontinu is as

$f(x) = \frac{1}{2 - 4\cos 2x}; \; x \in [0; 2\pi]$ (2)

[9]

VRAAG 2

2.1 Gegee:

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{9x}}$

Bepaal die eenvoudigste vorm van die volgende:

2.1.1 $f(x+h)$ (2)

2.1.2 $f(x+h) - f(x)$ (1)

2.1.3 $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ (1)

2.1.4 $\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ (1)

2.2 Lei 'n formule af om $\frac{dy}{dx}$ te bepaal as $y = arc \cot x$ (4)

2.3 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ in elk van die volgende gevalle: (MOENIE vereenvoudig nie)

2.3.1 $y = \tan\left(\sqrt[3]{3x^2} + In\left(5x^4\right)\right)$

2.3.2 $y = In^3(\sin x - \cot x)$

(2 × 3) (6)

2.4 Bereken $\frac{dy}{dx}$ if $y=\left(2x-e^{8x}\right)^{\sin 2x}$ with the aid of logarithmic differentiation. (4)

2.5 Gegee: die implisiete funksie $2\sin x\cos y=1$

2.5.1 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ (4)

2.5.2 Bepaal the equation of the tangent to the graph at the point $\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)$ (3)

[26]

VRAAG 3

3.1 Gegee: $f(x)=3x^3-9x^2+5x+2$

3.1.1 Bepaal the koördinate van die draaipunte van $f(x)$ (2)

3.1.2 Teken 'n tabel van *x* en $f(x)$, met *x* wat strek van $x=-1$ tot $x=3$ (2)

3.1.3 Teken 'n netjiese grafiek van $f(x)$ tussen hierdie waardes en toon die draaipunte daarop aan. (2)

3.1.4 Een wortel van die vergelyking $f(x)=3x^3-9x^2+5x+2$ is naby 1.

Gebruik hierdie waarde en 'n benadering van Taylor/Newton se metode om 'n beter benadering van hierdie wortel te bepaal (wortel korrek tot DRIE desimale). (4)

3.2 Die posisie van 'n partikel is gegee by $s(t)=e^{t^2}+t^2, t\geq 0$, waar *s* die verplasing in meter is en *t* die tyd in sekondes.

Vind die partikel se versnelling as $t=1$. (4)

[14]

VRAAG 4

4.1 Bepaal $\int y\, dx$ in die volgende gevalle:

4.1.1 $y = e^x \sec^2(e^x)[1+\tan(e^x)]^{-3}$ (2)

4.1.2 $y = \dfrac{\cos ecx \cot x}{2 - \cos ecx}$ (2)

4.1.3 $y = \dfrac{7}{1+5x^2}$ (3)

4.1.4 $y = \tan^3 x$ (5)

4.1.5 $y = \sin(1nx)$ (5)

4.2 Bepaal $\int y\, dx$ deur die integraal op te los in parsiële breuke ('partial fractions'):

$y = \dfrac{9-9x}{2x^2+7x-4}$ (5)

[22]

VRAAG 5

5.1 Evalueer die bepaalde integraal ('definite integral'): $\int_{\pi}^{2\pi} (1-3x)\sin\left(\frac{1}{2}x\right) dx$ (5)

5.2 Gegee: $y = \frac{8}{x}$; $y = x$ en $y = 4$

5.2.1 Bereken die koördinate van die snypunt. (2)

5.2.2 Maak 'n netjiese skets om die ingeslote area, verteenwoordigende strook en snypunt te toon. (2)

5.2.3 Bereken die grootte van die area in VRAAG 5.2.2. (3)

5.2.4 Bereken the volume van die omwentelingsliggaam ('solid of revolution') wat gevorm word as die area in VRAAG 5.2.2 om die y-as gedraai word. (4)

5.3 Bereken die traagheidsmoment ('moment of inertia') van 'n sirkelvormige lamina van radius r en massa m deur die middel van 'n as loodreg op die laminavlak. (5)

[21]

VRAAG 6

6.1 Bepaal die algemene oplossing van $\dfrac{dy}{dx}\tan x = \alpha + y$ (3)

6.2 Bereken partikuliere oplossing ('particular solution') van $\dfrac{d^2y}{dx^2} = x^4 - x^2 + 1$ as $\dfrac{dy}{dx} = 1,\ x = 1$ en $y = 2$ (5)

[8]

TOTAAL: 100

WISKUNDE N5

FORMULEBLAD

Enige toepaslike formule mag gebruik word.

TRIGONOMETRIE

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$1 + \tan^2 x = \sec^2 x \longrightarrow \tan^2 x = \sec^2 x - 1$

$1 + \cot^2 x = \operatorname{cosec}^2 x \longrightarrow \cot^2 x = \operatorname{cosec}^2 x - 1$

$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$

$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$

$\tan 2A = \dfrac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$

$\sin^2 A = ½ - ½ \cos 2A = ½(1 - \cos 2\mathrm{A})$

$\cos^2 A = ½ + ½ \cos 2A = ½ (1 + \cos 2\mathrm{A})$

$\sin (\mathrm{A} \pm B) = \sin A \cos B \pm \sin B \cos A$

$\cos (A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$

$\tan (A \pm B) = \dfrac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$

$\sin A \cos B = ½ [\sin (A + B) + \sin (A - B)]$

$\cos A \sin B = ½ [\sin (A + B) - \sin (A - B)]$

$\cos A \cos B = ½ [\cos (A + B) + \cos (A - B)]$

$\sin A \sin B = ½ [\cos (A - B) - \cos (A + B)]$

$\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$; $\sin x = \dfrac{1}{\operatorname{cosec} x}$; $\cos x = \dfrac{1}{\sec x}$

$\cot x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$; $\operatorname{cos} ecx = \dfrac{1}{\sin x}$; $\sec x = \dfrac{1}{\cos x}$

BINOMIAALSTELLING ('binomial theorem')

$$(x+h)^n = x^n + nx^{n-1}h + \frac{n(n-1)}{2!}x^{n-2}h^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1\times2\times3}x^{n-3}h^3 + \ldots\ldots$$

DIFFERENSIASIE

$$e = -\frac{f(a)}{f'(a)}$$

$$r = a + e$$

PRODUKTEREËL

$$y = u(x) \,.\, v(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = u \,.\, \frac{dv}{dx} + v \,.\, \frac{du}{dx}$$

$$= u \cdot v' + v \cdot u'$$

KWOSIëNTREËL

$$y = \frac{u(x)}{v(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v \,.\, \frac{du}{dx} - u \,.\, \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$= \frac{v \cdot u' - u \cdot v'}{v^2}$$

KETTINGREËL

$$y = f(u(x))$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$f(x)$	$\frac{d}{dx} f(x)$	$\int f(x)dx$
x^n	nx^{n-1}	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$
ax^n	$a\frac{d}{dx}x^n$	$a\int x^n dx$
e^{ax+b}	$e^{ax+b} \cdot \frac{d}{dx}(ax+b)$	$\frac{e^{ax+b}}{\frac{d}{dx}(ax+b)} + C$
a^{dx+e}	$a^{dx+e}.\ln a\ \frac{d}{dx}(dx+e)$	$\frac{a^{dx+e}}{\ln a.\frac{d}{dx}(dx+e)} + C$
$\ln(ax)$	$\frac{1}{ax}.\frac{d}{dx}ax$	$x\ln ax - x + C$
$e^{f(x)}$	$e^{f(x)}.\frac{d}{dx}f(x)$	—
$a^{f(x)}$	$a^{f(x)}.\ln a.\frac{d}{dx}f(x)$	—
$\ln f(x)$	$\frac{1}{f(x)}.\frac{d}{dx}f(x)$	—
$\sin ax$	$a\cos ax$	$-\frac{\cos ax}{a}.+C$
$\cos ax$	$-a\sin ax$	$\frac{\sin ax}{a}.+C$
$\tan ax$	$a\sec^2 ax$	$\frac{1}{a}\ln[\sec(ax)]+C$
$\cot ax$	$-a\,\text{cosec}^2\,ax$	$\frac{1}{a}\ln[\sin(ax)]+C$
$\sec ax$	$a\sec ax \cdot \tan ax$	$\frac{1}{a}\ln[\sec ax + \tan ax] + C$
$\text{cosec}\,ax$	$-a\,\text{cosec}\,ax \cdot \cot ax$	$\frac{1}{a}\ln\left[\tan\left(\frac{ax}{2}\right)\right]+C$

$f(x)$	$\frac{d}{dx}f(x)$	$\int f(x)dx$
$\sin f(x)$	$\cos f(x) \bullet f^{1}(x)$	___
$\cos f(x)$	$-\sin f(x) \bullet f^{1}(x)$	___
$\tan f(x)$	$\sec^2 f(x) \bullet f^{1}(x)$	___
$\cot f(x)$	$-\operatorname{cosec}^2 f(x) \bullet f^{1}(x)$	___
$\sec f(x)$	$\sec f(x) \bullet \tan f(x) \bullet f^{1}(x)$	___
$\operatorname{cosec} f(x)$	$-\operatorname{cosec} f(x) \bullet \cot f(x) \bullet f^{1}(x)$	___
$\sin^{-1} f(x)$	$\frac{f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}}$	___
$\cos^{-1} f(x)$	$\frac{-f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}}$	___
$\tan^{-1} f(x)$	$\frac{f'(x)}{1+[f(x)]^2}$	___
$\cot^{-1} f(x)$	$\frac{-f'(x)}{1+[f(x)]^2}$	___
$\sec^{-1} f(x)$	$\frac{f'(x)}{f(x)\sqrt{[f(x)]^2-1}}$	___
$\operatorname{cosec}^{-1} f(x)$	$\frac{-f'(x)}{f(x)\sqrt{[f(x)]^2-1}}$	___
$\sin^2(ax)$	___	$\frac{x}{2}-\frac{\sin(2ax)}{4a}+C$
$\cos^2(ax)$	___	$\frac{x}{2}+\frac{\sin(2ax)}{4a}+C$
$\tan^2(ax)$	___	$\frac{1}{a}\tan(ax)-x+C$
$\cot^2(ax)$	___	$-\frac{1}{a}\cot(ax)-x+C$

INTEGRASIE

$\int f(x)\, g'(x)\, dx = f(x)\, g(x) - \int f'(x)\, g(x)\, dx$

$\int [f(x)]^n \bullet f'(x) dx = \dfrac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + C \qquad (n \neq -1)$

$\int \dfrac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln f(x) + C$

TOEPASSINGS VAN INTEGRASIE

AREAS

$A_x = \int_a^b y dx \; ; \; A_x = \int_a^b (y_1 - y_2) dx$

$A_y = \int_a^b x dy \; ; \; A_y = \int_a^b (x_1 - x_2) dy$

VOLUMES

$V_x = \pi \int_a^b y^2 dx \; ; V_x = \pi \int_a^b \left(y_1^2 - y_2^2\right) dx$

$V_y = \pi \int_a^b x^2 dy \; ; V_y = \pi \int_a^b \left(x_1^2 - x_2^2\right) dy$

TWEEDE AREAMOMENT

$I_x = \int_a^b r^2 dA \; ; I_y = \int_a^b r^2 dA$

TRAAGHEIDSMOMENTE

Massa = digtheid × volume

$M = \rho V$

DEFINISIE: $I = m\, r^2$

ALGEMEEN: $I = \int_a^b r^2 dm = \rho \int_a^b r^2 dV$